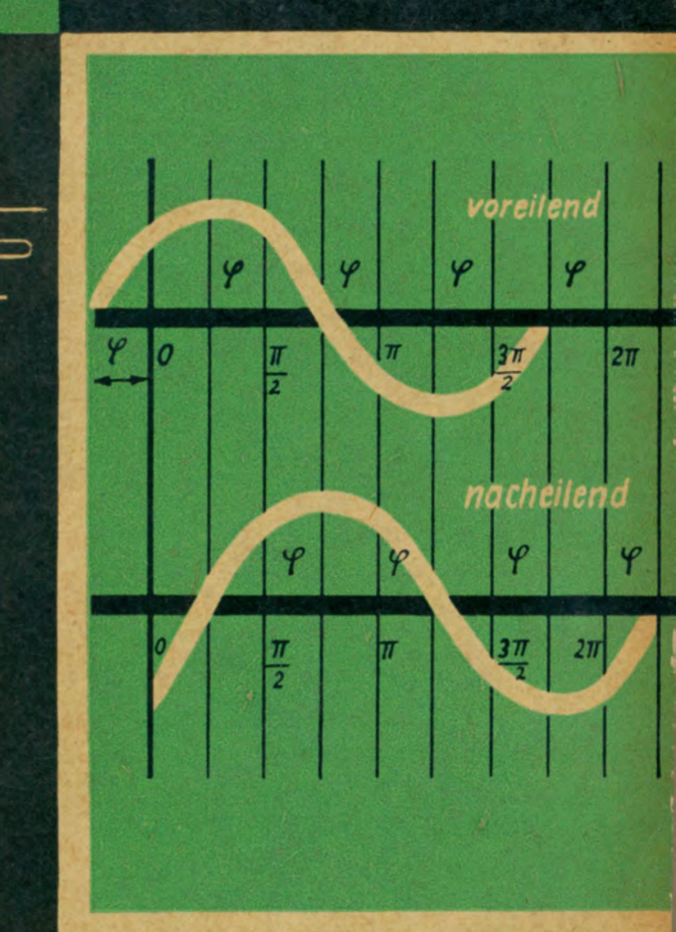
43

DER PRAKTISCHE FUNKAMATEUR



Karl-Heinz Schubert

Elektrotechnische Grundlagen
Teil II: Wechselstromtechnik

Der praktische Funkamateur · Band 43

Elektrotechnische Grundlagen

Teil II: Wechselstromtechnik

Karl-Heinz Schubert

Elektrotechnische Grundlagen

Teil II: Wechselstromtechnik



Deutscher Militärverlag

Redaktionsschluß: 15. November 1963

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Das vorliegende Heft ist die systematische Fortsetzung zum Band 36 (Elektrotechnische Grundlagen Teil I: Gleichstromtechnik). Zum besseren Verständnis und zur Vertiefung des Stoffes sind wieder 40 Lösungsbeispiele eingearbeitet. Der thematische Zusammenhang beider Bände wird durch die Fortnumerierung der Bilder und der Lösungsbeispiele deutlich.
Wenn der Leser diese Broschüre studiert hat, besitzt er ein Grundlagenwissen, das ihm das Eindringen in die Fachliteratur erleichtert.

Neuenhagen bei Berlin, im September 1963

Karl-Heinz Schubert

Gleichstromtechnik (Fortführung)

6.2 Stromleiter und Magnetfeld

Bereits in Abschnitt 6.1 wurde gesagt, daß sich um jeden stromdurchflossenen Leiter ein Magnetfeld aufbaut. Bild 46a zeigt in flächenhafter Darstellung diesen Vorgang, den man selbst demonstrieren kann. Man verwendet dazu Eisenfeilspäne oder kleine Magnetnadeln, die auf einer Platte um den Stromleiter angeordnet werden. Ist der Strom kräftig genug, so erkennt man die geschlossenen Linien der Eisenfeilspäne; sie ergeben sich als konzentrische Kreise um den Stromleiter. Ebenso ordnen sich die Magnetnadeln mit ihrer Längsrichtung kreisförmig um den Stromleiter. Polt man jetzt die Anschlüsse der Stromquelle um, hat man also im Stromleiter eine entgegengesetzte Stromrichtung, so werden auch die Magnetnadeln entgegengesetzt ausgerichtet. Bild 46 veranschaulicht diesen Vorgang. Bild 46a zeigt die Platte mit den aus den Eisenfeilspänen gebildeten konzentrischen Ringen und den Stromleiter in der Mitte. Bild 46b und 46c zeigen die Abhängigkeit der Feldlinienrichtung von der Stromrichtung. Im Beispiel b fließt der Strom auf den Betrachter zu, deshalb als Symbol im Stromleiter der Punkt, der die Spitze des Strompfeiles darstellt. Die Feldlinienrichtung ist entgegengesetzt dem Uhrzeigersinn. Im Beispiel c dagegen fließt der Strom vom Betrachter weg, symbolisch dargestellt durch ein Kreuz im Stromleiter, das das gefiederte Ende des Strompfeiles

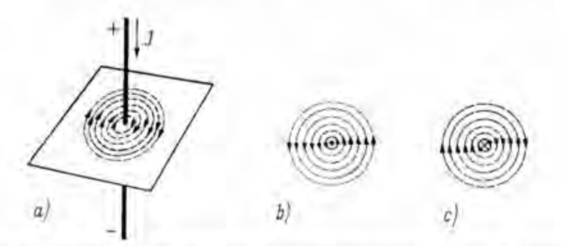


Bild 46 Magnetisches Feld um einen stromdurchflossenen Leiter (a). Abhängigkeit der Feldlinienrichtung von der Stromrichtung (b, c)

darstellen soll. Die Feldlinienrichtung entspricht dabei dem Uhrzeigersinn. Für die Feldlinienrichtung kann man sich eine der folgenden Merkregeln einprägen:

Fließt der Strom vom Betrachter weg, so verlaufen die Feldlinien im Uhrzeigersinn (Uhrzeigerregel).

Umschließt die rechte Hand den Stromleiter so, daß der Daumen in die Stromrichtung weist, so gibt die Richtung Handwurzel — Fingerspitzen die Feldlinienrichtung an (Faustregel).

Schraubt man eine rechtsgängige Schraube entsprechend der Stromrichtung ein bzw. aus, so entspricht die Drehbewegung jeweils der Feldlinienrichtung (Schraubenregel).

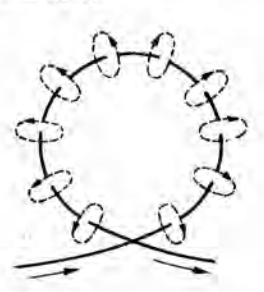


Bild 47
Feldlinienrichtung innerhalb einer stromdurchflossenen Leiterschleife

Beim geraden Stromleiter sind die gezeigten Verhältnisse einfach. Aber was wird, wenn man den Stromleiter zu einer Schleife biegt? Bild 47 zeigt, daß im Inneren der Drahtschleife die sich ausbildenden Feldlinien stets die gleiche Richtung aufweisen. Nun interessiert ja weniger das Magnetfeld einer einzigen Windung. Vereinigt man eine Anzahl Windungen zu einer Spule, wie es Bild 48 zeigt, so erkennt man folgendes:



Bild 48
Magnetfeld innerhalb einer Stromspule

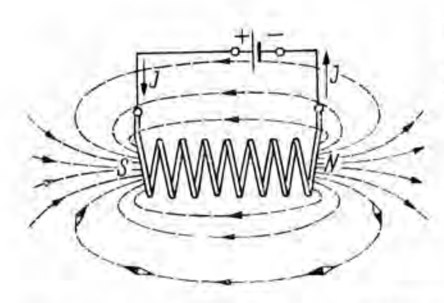


Bild 49
Feldlinienbild einer länglichen stromdurchflossenen Spule

Da im Spuleninneren die gleiche Feldlinienrichtung vorherrscht, überlagern sich die Magnetfelder der einzelnen Windungen, so daß im Spuleninneren ein starkes Magnetfeld auftritt. Ein- und Austritt der Feldlinien verhalten sich an den Spulenöffnungen wie Südpol und Nordpol beim Stabmagneten. Demnach wirkt also eine vom Gleichstrom durchflossene Spule wie ein Magnet. Vergleicht man das Feldlinienbild einer langen, eng gewickelten Spule (Bild 49) mit dem des Stabmagneten (Bild 45a in Teil 1), so erkennt man die Identität. Einen solchen Spulenmagneten bezeichnet man als Elektromagneten. Die Formel für die magnetische Feldstärke H lautet:

$$H = \frac{I \cdot N}{l} \left[\frac{Aw}{cm}\right];$$

I = Stromstärke in A, l = Feldlinienlänge in cm, N = Windungszahl.

Entsprechend dieser Formel kann man die Stärke des Magnetfeldes einer in ihren Werten festliegenden Spule durch die Größe des fließenden Stromes regulieren. Bringt man in die Spule einen Eisenkern, so wirkt dieser ebenfalls als Magnet, da sich seine Molekularmagneten nach dem Magnetfeld der Spule ausrichten. Dieser Eisenkern erhöht außerordentlich die Wirksamkeit des Elektromagneten. Die Feldlinien finden im Eisenkern einen geringen Widerstand, so daß daraus bei gleicher magnetischer Urspannung ein viel höherer magnetischer Fluß resultiert. Maßgebend dafür ist die Permeabilität (magnetische Leitfähigkeit). Gegenüber dem Dauermagneten hat der

Elektromagnet den Vorteil, daß er beliebig ein- und ausgeschaltet werden kann. Zum Problem „Eisen im Magnetfeld" gibt es aber noch einiges zu sagen.

6.3 Eisen im Magnetfeld

Die magnetische Induktion B ist in folgendem Zusammenhang abhängig von der Permeabilität μ und der Feldstärke H:

$$B = \mu \cdot H.$$

Dabei ist

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r.$$

Während für Luft und Vakuum sowie für dia- und paramagnetische Stoffe die relative Permeabilität μ_r unabhängig ist von der Feldstärke H, trifft das für ferromagnetische Stoffe nicht zu. Man muß deshalb die magnetische Induktion B abhängig von der Feldstärke darstellen. Ein entsprechendes Diagramm für verschiedene ferromagnetische Materialien zeigt Bild 50. Die

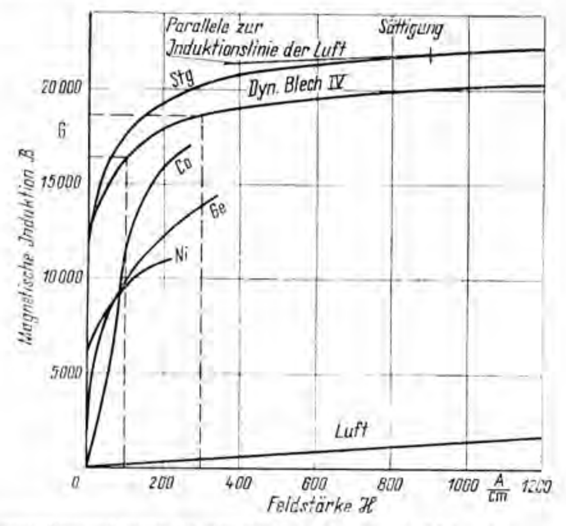


Bild 50 Magnetisierungskurven für verschiedene magnetische Materialien

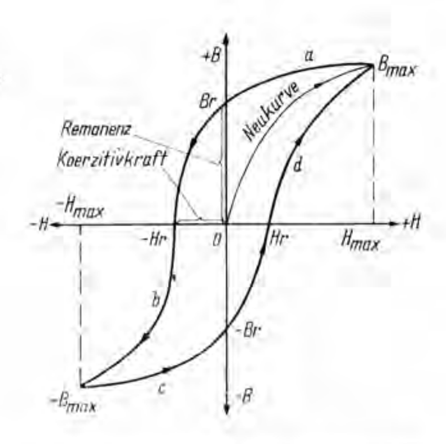
darin enthaltenen Kurven nennt man Magnetisierungslinien. Für Luft ergibt sich wegen der Unabhängigkeit eine Gerade. Aus den Diagrammen könnte man für den speziellen Fall die relative Permeabilität eines Stoffes berechnen. Das ist aber nicht erforderlich, da man ja für eine benötigte magnetische Induktion B sofort die erforderliche Feldstärke H dem Diagramm entnehmen kann.

Die dargestellten Kurven zeigen anfangs einen steilen Verlauf. Bei größeren Feldstärken wird der Kurvenverlauf immer flacher. Daraus ist zu ersehen, daß bei kleinen Feldstärken sehr viele Molekularmagneten des ferromagnetischen Stoffes ausgerichtet werden. Wenn die Kurve den Teil erreicht hat, wo sie parallel zur Induktionslinie der Luft verläuft, sind alle Molekularmagneten ausgerichtet. Diesen Zustand bezeichnet man als den Sättigungspunkt. Eine Erhöhung der Feldstärke bringt jetzt keine wesentliche Steigerung der magnetischen Induktion.

Die in Bild 50 dargestellten Kurven sind bei unmagnetischem Material durch allmähliche Steigerung der Feldstärke aufgenommen worden. Man nennt deshalb diese Kurven *Neukurven* und den Vorgang *Erstmagnetisierung*. Geht man jetzt mit der Feldstärke zurück, so nimmt die magnetische Induktion nicht die gleichen, sondern höhere Werte an als zuvor. Das hat eine bestimmte magnetische Induktion zur Folge, obgleich die Feldstärke bereits Null ist. Diese zurückbleibende magnetische Induktion bezeichnet man als *Remanenz*. Soll diese Remanenz verschwinden, so muß der Magnetisierungsstrom in umgekehrter Richtung wirken. Diese zur Entmagnetisierung erforderliche negative Feldstärke heißt *Koerzitivkraft*. Ändert man die Feldstärke weiter in negativer Richtung, erreicht man den negativen Sättigungspunkt $-B_{max}$. Beim Zurückregeln und bei weiterem Anstieg der Feldstärke in positiver Richtung erreicht man schließlich wieder den Punkt B_{max}. Damit wurde die in Bild 51 stark ausgezogene Kurve durchlaufen. Man nennt diese Kurve *Hystereseschleife*.

Der Inhalt dieser Schleife stellt ein Maß für die bei der Ummagnetisierung aufzuwendende Arbeit dar. Dieser Arbeitsverlust wird als *Hystereseverlust* oder *Eisenverlust* bezeichnet. Er

Bild 51
Darstellung einer Magnetisierungskurve (Hystereseschleife) für magnetisch hartes Eisen



setzt sich in Wärme um, die das Eisen erwärmt. Eisenkörper, die dauernd ummagnetisiert werden, müssen also eine kleinflächige Hystereseschleife aufweisen, damit die Eisenverluste gering bleiben. Ein praktisches Beispiel ist der Transformator. Hier muß also eine weiche Eisensorte (Dynamoblech) verwendet werden; dabei entspricht die Hystereseschleife etwa der in Bild 52. Für andere Fälle, z. B. beim Dauermagneten, muß eine hohe Remanenz und eine große Koerzitivkraft vorhanden sein. Das Material muß also eine großflächige Hystereseschleife aufweisen, wie z. B. in Bild 51. Eine große Remanenz ist beim Dauermagneten erforderlich, damit eine möglichst große magne-

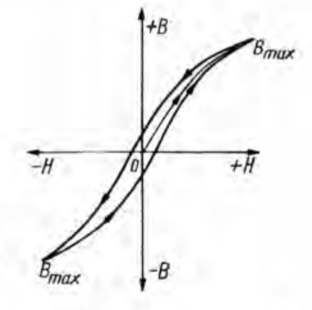


Bild 52
Darstellung einer Magnetisierungskurve (Hystereseschleife) für magnetisch weiches Eisen

tische Induktion bestehenbleibt. Die große Koerzitivkraft ist notwendig, damit der Dauermagnet nicht so leicht durch Fremdfelder entmagnetisiert wird.

6.4 Der Elektromagnet

In der Technik wird der Elektromagnetismus sehr vielfältig angewendet. Man denke dabei an Relais, Schützen, Feldmagneten, Lasthebemagneten, Bremsluftmagneten oder auch an Kopfhörer, Lautsprecher, Meßwerke usw. Beim Relais muß man dabei zwei Arbeitsweisen unterscheiden. Bei dem einfachen Relais bestehen der Eisenkern und der Anker aus Weicheisen. Ist der Anker dagegen ein Dauermagnet bzw., wird er von einem solchen erregt, so liegt eine polarisierte Arbeitsweise vor (polarisiertes Relais).

a) Einfaches Relais

Eine Prinzipdarstellung des einfachen Relais zeigt Bild 53. Fließt durch die den Eisenkern umgebende Spule ein Gleichstrom, so wird aus dem Eisenkern ein Elektromagnet, der den Anker anzieht. Über einen Nippel am Anker werden die Kontakte, die Ruhe- und oder Arbeitskontakte sein können, bewegt. Legt man die Spule an Wechselstrom mit z. B. $f = 50$ Hz, so wird der Anker von jeder Halbwelle angezogen. Danach ergeben sich 100 Anziehungen je Sekunde.

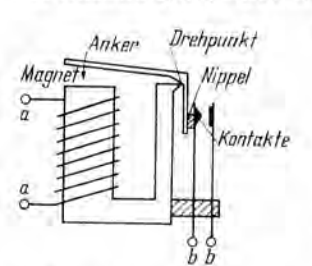
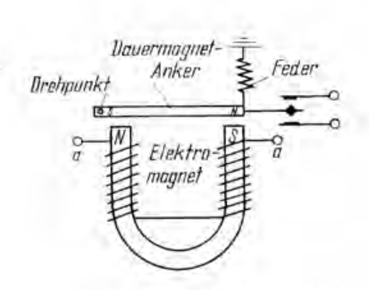


Bild 53
Vereinfachte Darstellung eines elektromagnetischen Relais

b) Polarisiertes Relais

Beim polarisierten Relais nach Bild 54 ist der Anker oft ein Dauermagnet. Je nach der Stromrichtung des durch die Spule

Bild 54
Vereinfachte Darstellung eines polarisierten Relais



fließenden Stromes verstärkt sich das Gesamtfeld (der Anker wird angezogen), oder es wird schwächer (der Anker wird von der Federkraft weggezogen). Somit ist die Ankerbewegung von der Stromrichtung abhängig. Wird an die Spule ein Wechselstrom von 50 Hz gelegt, so wechselt der Anker 50mal in der Sekunde nach der einen und nach der anderen Seite. Eine bekannte Ausführung ist das polarisierte Tastrelais (Telegrafenrelais), bei dem eine zweite Spule, die Haltespule, die Rückstellfeder ersetzt. Den Strom, der durch die Haltespule fließt, regelt man so ein, daß der Anker in der Ruhelage dauernd nach einer Seite gezogen wird.

c) Der Kopfhörer

Ähnlich wie ein polarisiertes Relais arbeitet der Kopfhörer (Bild 55). Fließt eine Tonfrequenz von z. B. 800 Hz durch die Spule, so wird die Membran auch nur 800mal bewegt, da sie durch den Dauermagneten für eine Halbwelle jeweils vorgespannt ist. Wäre dieser Dauermagnet nicht vorhanden, so würde die Membran 1 600 Bewegungen ausführen.

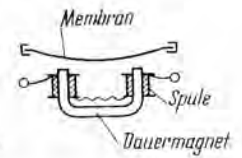


Bild 55 Vereinfachte Darstellung eines Kopfhörers

d) Das Dreheisenmeßwerk

Die beiden hauptsächlichen Formen des Dreheisenmeßwerkes sind der Flachspultyp (Bild 56a) und der Rundspultyp (Bild 56b).

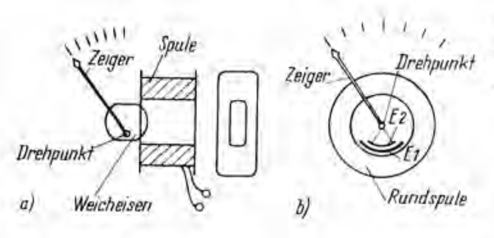


Bild 56
Dreheisenmeßwerk vom Flachspultyp (a), vom Rundspultyp (b)

Beim Flachspultyp wird in die erregte Spule eine Weicheisenscheibe hineingezogen. Im Drehpunkt der Scheibe ist ein Zeiger angebracht. Je nach der Größe des durch die Spule fließenden Stromes erfolgt ein Ausschlag des Zeigers. Beim Rundspultyp stehen sich im Spuleninneren ein festes und ein im Drehpunkt bewegliches Weicheisenblech gegenüber. Da beide Bleche in gleicher Weise magnetisiert werden, wenn durch die Spule ein Strom fließt, stößt sich das bewegliche Blech vom feststehenden ab. Mit dem beweglichen Blech ist ein Zeiger verbunden, der den Ausschlag anzeigt. Es wird kein Dauermagnet verwendet, so daß das Dreheisenmeßwerk nicht polarisiert ist. Deshalb kann es sowohl bei Gleichstrom als auch bei Wechselstrom verwendet werden. Allerdings ist der Eigenverbrauch der Weicheisenmeßwerke höher als bei anderen Meßwerken. Vorwiegend findet man es deshalb als Schalttafelmeßwerk.

In Abschnitt 6.1 (Teil I) wurden die Bestimmungsgrößen des magnetischen Feldes behandelt. Sie werden hier noch einmal aufgeführt, um ihre Anwendung in einigen Lösungsbeispielen zu zeigen. Allerdings treten Berechnungen dieser Art in der Amateurpraxis sehr wenig auf.

(1) $$H = \frac{I \cdot N}{l};$$

H = magnetische Feldstärke in A/cm, I = Stromstärke in A, N = Windungszahl, l = Spulenlänge in cm.

(2) $$\Theta = I \cdot N;$$

Θ = magnetische Urspannung in A, I = Stromstärke in A, N = Windungszahl.

(3) $$\Phi = B \cdot A;$$
Φ = magnetischer Fluß in Vs, B = magnetische Induktion (magnetische Flußdichte) in Vs/cm^2, A = Querschnittsfläche in cm^2.

(4) $$R_m = \frac{I \cdot N}{\Phi};$$
R_m = magnetischer Widerstand in A/Vs, I = Stromstärke in A, N = Windungszahl, Φ = magnetischer Fluß in Vs.

(5) $$R_m = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{l}{A};$$
R_m = magnetischer Widerstand in A/Vs, μ = Permeabilität in Vs/Acm, l = Kraftlinienlänge in cm, A = Querschnittsfläche in cm^2.

(6) $$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r;$$
μ = Permeabilität in Vs/Acm, μ_0 = absolute Permeabilität ($1{,}257 \cdot 10^{-8}$ Vs/Acm), μ_r = relative Permeabilität des Materials.

(7) $$B = \mu \cdot H;$$
B = magnetische Induktion in Vs/cm^2, μ = Permeabilität in Vs/Acm, H = magnetische Feldstärke in A/cm.

(8) $$F = \left(\frac{B}{5\,000}\right)^2 \cdot A;$$
F = Zugkraft in kp, B = magnetische Induktion in G, A = wirksame Polfläche in cm^2.

Beispiel 75:

Eine eisenlose Spule von der Länge l = 125 mm besitzt eine Wicklung von 4 000 Windungen. Durch die Wicklung fließt ein Strom von 0,25 A.

a) Wie groß ist die magnetische Feldstärke?

b) Welche magnetische Induktion ist vorhanden?
Durch Einbringen eines Eisenkerns (Dynamoblech IV) erhöht sich die magnetische Induktion auf 16 000 G.

c) Bestimme für diesen Punkt die relative Permeabilität des Eisenmaterials!

a) $$H = \frac{I \cdot N}{l} = \frac{0{,}25 \cdot 4\,000}{12{,}5} = \frac{1\,000}{12{,}5} = 80 \text{ A/cm}$$

b) $$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H = 1{,}257 \cdot 1 \cdot 80 = 100 \text{ G}$$

c) $$\mu = \frac{B}{H} = \frac{16\,000}{80} = 200 \text{ G cm/A}$$

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{200}{1{,}257} = 160$$

Beispiel 76:

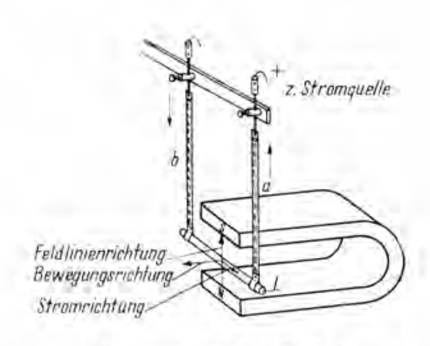
Ein Hufeisenmagnet mit einer Polfläche von 2×5 cm² weist im Luftspalt eine magnetische Induktion $B = 7\,500$ G auf. Welche Zugkraft erreicht man mit diesem Elektromagneten?

$$F = \left(\frac{B}{5\,000}\right)^2 \cdot A = \left(\frac{7\,500}{5\,000}\right)^2 \cdot 10 = 1{,}5^2 \cdot 10 = 22{,}5 \text{ kp}$$

6.5 Wirkungen im magnetischen Feld

Es wurden bisher schon einige Anwendungsbeispiele des Magnetismus in der Praxis gezeigt. Aber mit dem bisher Dargestellten ist noch nicht zu erklären, warum ein Elektromotor läuft oder warum ein Generator eine Spannung erzeugt. Folgende Ausführungen erläutern weitere Wirkungen im Zusammenhang mit dem Magnetfeld.
Bild 57 zeigt einen Stromleiter, der sich im permanenten Magnetfeld eines Dauermagneten befindet. Schickt man durch den Leiter einen Strom, so baut sich um diesen ebenfalls ein Magnetfeld auf. Aus dem bisher Gesagten ist bekannt, daß sich die Magnetfelder beeinflussen. Und zwar wird je nach dem Richtungssinn der Feldlinien das magnetische Feld verstärkt oder abgeschwächt. Auf jeden Fall muß sich der Stromleiter (Bild 57), sobald durch ihn ein Strom fließt, aus seiner Ruhelage fortbewegen. Dabei ist die Richtung der Fortbewegung abhängig von der Stromrichtung im Stromleiter und von der Feldlinien-

Bild 57
Stromleiter im Magnetfeld



richtung des Magnetfeldes am Dauermagneten. Definiert ist dieser Zusammenhang durch die Linke-Hand-Regel bzw. Motorregel:

Hält man die offene linke Hand so in das Magnetfeld, daß die magnetischen Feldlinien in die innere Handfläche eintreten, und zeigen die Fingerspitzen die Stromrichtung an, dann bewegt sich der Stromleiter in Richtung des abgespreizten Daumens fort.

Aus diesem Versuch erkennt man, daß eine Energieumwandlung stattfindet. Die in den Stromleiter hineingesteckte elektrische Energie wird umgesetzt in eine mechanische Energie, in Bewegung. Verwendet man an Stelle des Stromleiters eine Stromschleife, so wird sich diese im Magnetfeld drehen, wenn man jeweils nach einer halben Umdrehung die Stromrichtung in ihr umkehrt. Eine solche Umschaltvorrichtung ist ein Stromwender, auch Kommutator oder Kollektor genannt. In der praktischen Elektrotechnik wird dieses Prinzip der Kraftwirkung sehr zahlreich angewendet, so z. B. bei Elektromotoren, Drehspulmeßwerken und elektrodynamischen Meßgeräten. Ein weiteres Anwendungsgebiet ist der dynamische Lautsprecher, bei dem sich die Erregerspule in einem Magnetfeld befindet. Wird der Erregerspule eine niederfrequente Spannung zugeführt, so erzeugt die Membran des Lautsprechers durch ihre Bewegung akustische Schwingungen, weil die Erregerspule fest mit der Membran gekoppelt ist. Die Vorgänge nach Bild 57 lassen sich umkehren, wie Bild 58 zeigt. Dabei gelingt es, eine elektrische

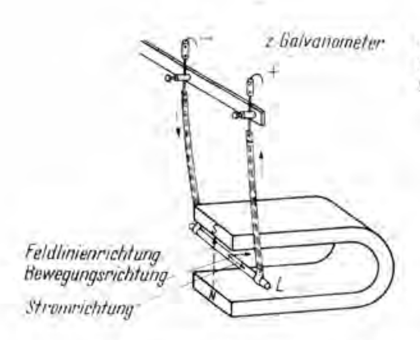


Bild 58
Induktionsstrom durch Bewegen eines Leiters im Magnetfeld

Spannung zu erzeugen, wenn man den Leiter im Magnetfeld bewegt. Dieser Vorgang, allgemein als *elektromagnetische Induktion* bezeichnet, hat in der Elektrotechnik eine große Bedeutung gewonnen.

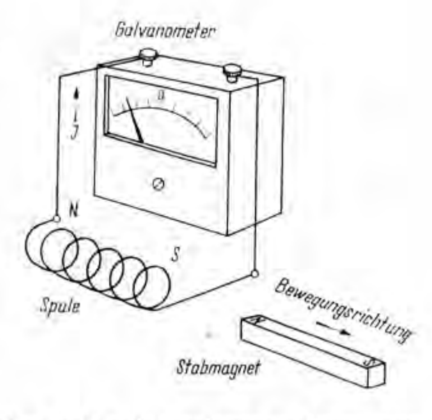
Mit der Anordnung nach Bild 58 kann man den induzierten Strom in dem Leiter nachweisen, der im Magnetfeld bewegt wird. (Die induzierte Spannung erzeugt ja im geschlossenen Leiterkreis einen entsprechenden Strom.) Auch hier besteht ein Zusammenhang zwischen den verschiedenen Einflußgrößen, der Feldlinienrichtung, der Bewegungsrichtung und der Stromrichtung. Die dafür gültige Regel bezeichnet man als Rechte-Hand-Regel oder Generatorregel:

Hält man die offene rechte Hand so in das Magnetfeld, daß die magnetischen Feldlinien in die innere Handfläche eintreten, und zeigt der abgespreizte Daumen die Richtung der Bewegung des Leiters an, dann fließt der Strom in Richtung der Fingerspitzen.

Zu beachten ist, daß ein Strom nur dann induziert wird, wenn magnetische Feldlinien geschnitten werden. Dabei ist es gleichgültig, ob sich der Magnet oder der Leiter bewegt. Die Größe des induzierten Stromes hängt davon ab, wieviel Feldlinien je Zeiteinheit geschnitten werden. Je mehr Feldlinien z. B. in einer Sekunde geschnitten werden, um so größer ist die induzierte Spannung bzw. der induzierte Strom.

Nach Bild 59 ist eine Spule an ein empfindliches Meßwerk angeschlossen. Bewegt man einen Stabmagneten in die Spule, so

Bild 59
Induktionsstrom durch bewegten Stabmagneten in einer Spule



erfolgt ein Zeigerausschlag nach rechts, solange die Bewegung anhält. Wird der Magnet aus der Spule entfernt, dann schlägt der Zeiger des Meßwerkes in der anderen Richtung aus. Aus diesem Versuch erkennt man, daß nicht allein das Schneiden von Feldlinien verantwortlich ist für die magnetische Induktion, sondern vielmehr die Änderung des magnetischen Flusses, der den Leiterkreis (Spule) durchsetzt. Deshalb kann man sich als Grundregel merken:

In einer Spule wird immer dann eine Urspannung induziert, wenn sich innerhalb der Spule der magnetische Fluß ändert (Faradaysches Induktionsgesetz).

Den Dauermagneten kann man durch eine stromdurchflossene Spule ersetzen, wie Bild 60 zeigt. Dabei wird in der zweiten rechten Spule eine Spannung induziert, wenn man den Schalter 5 einschaltet. Beim Abschalten wird eine Spannung in der umgekehrten Richtung induziert. Die Größe der induzierten Spannung hängt ab von dem Verhältnis der Windungszahlen, von der Kopplung beider Spulen, von der Stromänderung in der Primärspule und von der Änderungszeit des Stromes. Bild 61 zeigt die Möglichkeit der festeren Kopplung, wobei beide Spulen übereinanderliegen. Dieses Prinzip der Spannungsinduktion in Spulen wird in der Technik vielseitig angewendet. Bekannt sind z. B. die Zündspule beim Kraftwagen, der Tesla-Transfor-

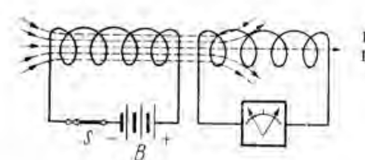


Bild 60
Induktionsstrom in benachbarter Spule

mator (Funkeninduktor) oder der Zerhacker, zum Umformen von Gleichspannungen in Wechselspannungen. Einen großen Anwendungsbereich hat der Transformator, bei dem zur Verminderung der magnetischen Streuung ein Eisenkern verwendet wird. Damit sind aber die Anwendungen der magnetischen Induktion noch nicht erschöpft. Auf dem gleichen Prinzip beruhen auch magnetische Mikrofone, Tonabnehmer und das Tonbandgerät. In der Starkstromtechnik wird mit Generatoren durch Drehbewegungen elektrische Energie aus mechanischer Energie erzeugt.

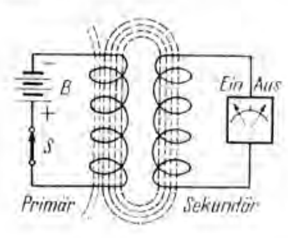


Bild 61 Größere Kopplung für Induktion

Wechselstromtechnik

1. ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Bei der bisher betrachteten Gleichstromtechnik lagen die Verhältnisse insofern einfach, als der Gleichstrom seine Größe und Richtung zeitlich nicht ändert. Das verhält sich beim Wechselstrom anders, da dieser zeitlich nicht konstant ist. Um die mathematische Behandlung der Probleme in der Wechselstromtechnik nicht zu komplizieren, muß man einige Einschränkungen festlegen.

a) So sollen sich alle betrachteten Systeme im eingeschwungenen Zustand befinden. (Dabei haben alle Wechselgrößen einen sinusförmigen bzw. periodischen Verlauf, und die verwendeten Schaltelemente sind als linear anzusehen. Als linear bezeichnet man Schaltelemente dann, wenn ihre Größe unabhängig ist von der Spannung oder der Stromstärke.) Im eingeschwungenen Zustand werden durch die komplexe Rechnung die mathematischen Verhältnisse einfacher.

b) Weiterhin sollen alle betrachteten Leiterlängen im Verhältnis zur Wellenlänge des Wechselstromes groß sein. (Das ist deshalb notwendig, weil im Bereich sehr hoher Frequenzen, die ja im Grunde auch einen Wechselstrom darstellen, scheinbare Widersprüche zu den Erkenntnissen der allgemeinen Elektrotechnik auftreten.)

1.1 Darstellung des Wechselstromes

Der Wechselstrom ist ein sich zeitlich ändernder Strom. Deutlich geht das aus Bild 62 hervor, in dem die Zeitabhängigkeit des Gleich- und des Wechselstromes dargestellt ist. Wiederholt sich der Verlauf des Wechselstromes zeitlich in gleicher Weise, so spricht man von einem periodischen Wechselstrom. Beim periodischen Wechselstrom ist folgende Tatsache interessant. Unabhängig vom Verlauf der Kurvenform läßt sich jeder periodische

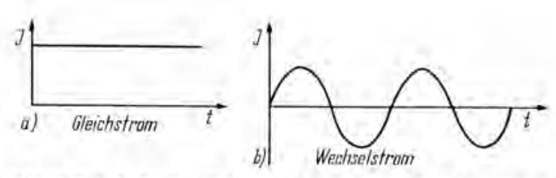


Bild 62 Zeitabhängigkeit des Gleichstromes (a), Zeitabhängigkeit des Wechselstromes (sinusförmig) (b)

Wechselstrom in eine Summe verschiedener Sinuskurven auflösen. Das zur Berechnung angewendete mathematische Verfahren bezeichnet man als *Fourier-Analyse*. Diese Tatsache ist ein Grund dafür, daß man bei den Betrachtungen und Berechnungen in der Wechselstromtechnik der Einfachheit halber die Sinuskurve zugrunde legt. Ein weiterer Grund ist der, daß selbst in komplizierten Schaltungen der sinusförmige Verlauf von Strom und Spannung erhalten bleibt, wenn nur lineare und passive Schaltelemente vorhanden sind. Bei den hier folgenden Ausführungen über die Grundlagen der Wechselstromtechnik soll man deshalb unter den Wechselstromgrößen immer sinusförmige Wechselstromgrößen verstehen.
Wie kommt ein solcher sinusförmiger Wechselstrom zustande? Im vorigen Kapitel wurde gezeigt, wie man mit Hilfe der magnetischen Induktion eine Spannung erzeugen kann (Generatoren). Beim Generator ist der Vorgang so, daß sich Spulenwindungen mit konstanter Drehgeschwindigkeit in einem Magnetfeld bewegen. Dabei werden Feldlinien geschnitten, so daß in den Spulenwindungen eine Spannung induziert wird. Diesen

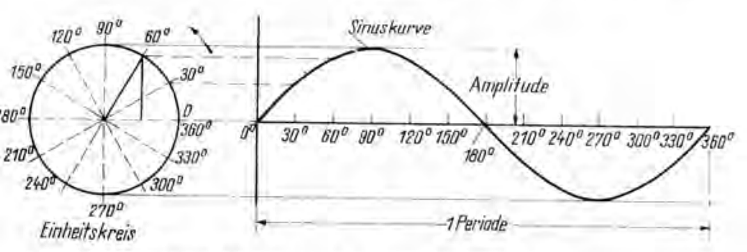


Bild 63 Konstruktion der Sinuskurve mit Hilfe des Einheitskreises

Vorgang kann man zeichnerisch darstellen. Bild 63 zeigt eine Möglichkeit. Dabei ist zur Vereinfachung die umlaufende Spulenwindung als entsprechender Zeiger dargestellt. Ein voller Umlauf entspricht einem Winkel von 360°. Überträgt man alle 30° das Lot auf die Nullinie in das rechts stehende Koordinatensystem, so ergibt eine Verbindung aller Lotgrößen die bekannte Sinuskurve. Der Sinus ist beim rechtwinkligen Dreieck das Verhältnis der dem Winkel gegenüberliegenden Kathete zur Hypotenuse. Verwendet man zur Darstellung den Einheitskreis, bei dem die Hypotenuse dem Wert 1 entspricht, dann hat die dem Winkel gegenüberliegende Kathete den jeweils zum Winkel gehörigen Sinuswert. Besonders bequem kann man eine Sinusschwingung mit dem Katodenstrahloszillografen betrachten. An den Eingang des Meßverstärkers legt man die sinusförmige Ausgangsspannung eines Tongenerators und stellt mit der Zeitbasis so ein, daß auf dem Bildschirm einige Schwingungszüge stehenbleiben.

1.2 Bestimmungsgrößen des Wechselstromes

Bei jeder Umdrehung des Zeigers wiederholt sich der in Bild 63 gezeigte Vorgang. Läuft der Zeiger in jeder Sekunde zehnmal um, so werden in der Sekunde zehn solche Kurvenzüge geschrieben. Bei fünfzig Umläufen in der Sekunde werden entsprechend fünfzig solcher Sinuskurven aufgezeichnet. Eine Bestimmungsgröße für den Wechselstrom wird daher die Anzahl der in einer bestimmten Zeiteinheit auftretenden Kurvenzüge sein. Eine weitere Bestimmungsgröße ist die Amplitude der Sinuskurve. Die dritte Bestimmungsgröße ist der Phasenwinkel als Maß für die Lage auf der Zeitachse. Bild 64 zeigt eine sinusförmige Schwingung zur Kennzeichnung der einzelnen Bestimmungsgrößen. Man benutzt als Zeiteinheit eine Sekunde. Den dargestellten Kurvenzug bezeichnet man als Welle, Periode, Phase oder Schwingung. Jeder vollständige Kurvenzug besteht aus zwei Halbwellen, einer positiven und einer negativen Halbwelle. Der technische Wechselstrom, wie er im Stromnetz auftritt, hat 50 Perioden. Eine Periode dauert dabei $\frac{1}{50}$ s. Als Formel-

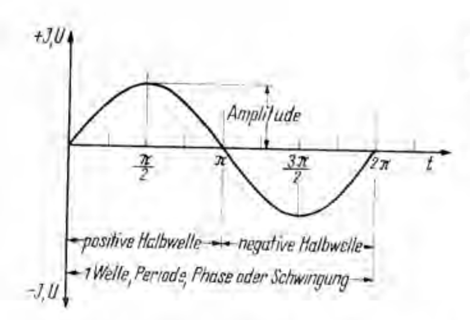


Bild 64
Bezeichnungen an der Wechselstromkurve

zeichen für die Periode wird der Buchstabe T benutzt. Die Anzahl der Perioden je Sekunde bezeichnet man als Frequenz f. Zwischen Periode und Frequenz besteht folgende Beziehung:

$$T = \frac{1}{f} \text{ oder } f = \frac{1}{T}.$$

Die Einheit der Frequenz ist 1 Hz (Heinrich Hertz, deutscher Physiker, 1857—1894).

Demnach hat der technische Wechselstrom eine Frequenz von $f = 50$ Hz.

Gebräuchliche Vielfache der Frequenz sind:

1 Kilohertz	= 1 kHz	= 1 000 Hz	= 10^3 Hz
1 Megahertz	= 1 MHz	= 1 000 kHz	= 10^6 Hz

Im Bereich höherer Frequenzen wird manchmal an Stelle der Frequenz die Wellenlänge einer Schwingung angegeben. Da sich hochfrequente Wellen mit der Lichtgeschwindigkeit ($c = 300\,000$ km/s) ausbreiten, ergibt sich folgender einfacher Zusammenhang:

$$\text{Wellenlänge } \lambda = \frac{\text{Ausbreitungsgeschwindigkeit } c}{\text{Frequenz } f};$$

$$\lambda = \frac{c}{f};$$

λ in m, f in kHz, c in km/s.

Beispiel 77:

Welcher Wellenlänge λ entspricht eine Frequenz $f = 600$ kHz?

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{300\,000 \text{ km/s}}{600 \text{ kHz}} = 500 \text{ m}$$

Beispiel 78:

Gegeben ist eine Wellenlänge $\lambda = 15$ m. Wie groß ist die dazugehörige Frequenz f?

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{300\,000 \text{ km/s}}{15 \text{ m}} = 20\,000 \text{ kHz} = 20 \text{ MHz}$$

Die Phase kennzeichnet die Lage der Kurve auf der Zeitachse. Man rechnet dabei vom Nullpunkt der Zeitachse aus. In Bild 63 wurde bereits die Konstruktion der Sinuskurve mit Hilfe des Einheitskreises gezeigt. Bei einer Umdrehung beschreibt der Zeiger einen Winkel von 360°. Die Zeitachse kann deshalb in Winkelgrade eingeteilt werden. An Stelle der Winkelgrade kann man beim Einheitskreis auch die vom Zeiger bestrichene Bogenlänge benutzen. Dabei entspricht ein voller Umlauf dem Bogenmaß 2π. Für einige Winkelgrade ergibt sich dann folgendes Bogenmaß:

0°	0	270°	$\frac{3\pi}{2}$
90°	$\frac{\pi}{2}$	360°	2π
180°	π		

Der Phasenwinkel wird mit dem griechischen Buchstaben φ bezeichnet. Haben zwei Sinusschwingungen die gleichen Nullstellen und Maxima bzw. Minima, dann sagt man, beide

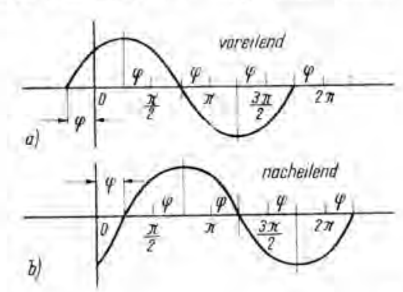


Bild 65
Phasenverschiebung des Wechselstromes; (a) voreilend, (b) nacheilend

Schwingungen befinden sich in Phase. Fallen diese Punkte nicht zusammen, so besteht zwischen beiden Sinusschwingungen eine Phasenverschiebung. Bild 65 zeigt diesen Vorgang, wobei einmal der Phasenwinkel voreilend, zum anderen nacheilend ist.
Da der Wechselstrom eine Frequenz f hat, wird er in der Sekunde f-mal das Bogenmaß 2π durchlaufen.

$$f \cdot 2\pi$$

Diese Größe stellt gleichzeitig die in einer Sekunde von dem Wechselstrom durchlaufenen Winkelgrade dar, also die Winkelgeschwindigkeit ω.

$$\omega = 2\pi \cdot f$$

Diese Größe, in der Wechselstromtechnik allgemein als *Kreisfrequenz* ω bezeichnet, hat die Maßeinheit s^{-1}.

$$\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T} \left[\frac{1}{s}\right]$$

Die Kreisfrequenz ω ist eine wichtige Größe in der Wechselstromtechnik und wird oft gebraucht

Beispiel 79:

Wie groß ist die Kreisfrequenz ω eines Wechselstromes mit der Frequenz $f = 50$ Hz?

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 = 314 \frac{1}{s}$$

Die dritte Bestimmungsgröße für den Wechselstrom war die Amplitude. Welche Größe wird dabei angegeben, da doch die Sinuskurve zwischen Null und einem positiven bzw. negativen Höchstwert pendelt? Beim Gleichstrom war das einfach, da ein konstanter Spannungs- oder Stromwert auftrat. Man muß beim Wechselstrom zwischen mehreren Größen unterscheiden, dem Scheitelwert, dem Effektivwert und dem arithmetischen Mittelwert.
Der *Scheitelwert*, auch Spitzenwert oder Maximalwert genannt, ist der Wert, der im Maximum der Sinuskurve auftritt. Für den Strom bezeichnet man ihn als I_{max} und für die Spannung als U_{max}.

Der *Effektivwert* des Wechselstromes ist kleiner und entspricht dem Gleichstrom, der in einem Widerstand dieselbe Wärmeleistung vollbringt wie der Wechselstrom. Der Effektivwert des Wechselstromes wird auch von den Meßinstrumenten angezeigt, bei denen der Ausschlag proportional dem Quadrat der Stromstärke ist (Dreheisen-, Hitzdraht- und Dynamometermeßwerk). Allgemein werden für die Formelgrößen die Buchstaben U und I benutzt. Nur wenn der Effektivwert besonders gekennzeichnet werden soll, schreibt man U_{eff} bzw. I_{eff}. Mit den Scheitelwerten ergeben sich folgende Zusammenhänge:

$$I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = 0{,}707\ I_{max}$$

$$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = 0{,}707\ U_{max}$$

$$I_{max} = \sqrt{2} \cdot I_{eff} = 1{,}41\ I_{eff}$$

$$U_{max} = \sqrt{2} \cdot U_{eff} = 1{,}41\ U_{eff}$$

Der Effektivwert einer Wechselstromgröße entspricht also dem quadratischen Mittelwert. Für bestimmte Fälle muß man noch den *arithmetischen Mittelwert* berücksichtigen, der so aussieht:

$$I_m = \frac{2}{\pi} I_{max} = 0{,}637\ I_{max}$$

$$U_m = \frac{2}{\pi} U_{max} = 0{,}637\ U_{max}$$

$$I_m = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{\pi} I_{eff} = 0{,}900 \cdot I_{eff}$$

$$U_m = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{\pi} U_{eff} = 0{,}900 \cdot U_{eff}$$

Der arithmetische Mittelwert kommt nur bei elektrolytischen Betrachtungen in Frage, wo durchfließende Elektrizitätsmengen ermittelt werden sollen. Dabei wird dieser nur über eine Halbperiode und bei niedriger Frequenz berücksichtigt. Im allgemeinen Bereich rechnet man immer mit den Effektivwerten von Strom und Spannung. Nur wenn z. B. eine Isolation berechnet werden soll, ist der Scheitelwert der Spannung zu berücksich-

tigen. Dieser tritt zwar nur kurzzeitig auf, kann aber dabei schon die Isolation durchschlagen.

Beispiel 80:

Ein Amperemeter zeigt einen Strom I = 15 A an. Wie groß ist der maximale Amplitudenwert dieses Stromes?

$$I_{max} = \sqrt{2} \cdot I_{eff} = 1{,}41 \cdot I_{eff} = 1{,}41 \cdot 15 \approx 21{,}2 \text{ A}$$

Beispiel 81:

Über ein Kabel soll eine Spannung U = 10 kV geführt werden. Für welchen Spannungswert muß die Isolation des Kabels bemessen sein?

$$U_{max} = \sqrt{2} \cdot U_{eff} = 1{,}41 \cdot U_{eff} = 1{,}41 \cdot 10 = 14{,}1 \text{ kV}$$

Beispiel 82:

Am Steuergitter einer Elektronenröhre soll eine maximale Steuerspannung U_{max} = 5 V wirksam werden. Welche Spannung muß ein angelegter Spannungsmesser anzeigen?

$$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = 0{,}707 \cdot U_{max} = 0{,}707 \cdot 5 \approx 3{,}54 \text{ V}$$

Man rechnet zwar bei Wechselstromaufgaben meist mit den von den Meßinstrumenten angezeigten Effektivwerten bzw. den umgerechneten Maximalwerten. Aber manchmal ist es erforderlich, die Augenblickswerte von Strom oder Spannung zu einem bestimmten Zeitpunkt zu kennen. Für diesen Augenblickswert läßt sich aus den bekannten Bestimmungsgrößen des Wechselstromes eine Gleichung aufstellen. Diese lautet für Augenblickswerte der Spannung:

$$u = U_{max} \cdot \sin (\omega t \pm \varphi);$$

u = Augenblickswert zum Zeitpunkt t, U_{max} = Amplitude bzw. Maximalwert, $\omega = 2\pi \cdot f$ = Kreisfrequenz, φ = Phasenwinkel, wenn Sinuskurve auf der Zeitachse verschoben ist.

Analog gilt für Augenblickswerte des Stromes:

$$i = I_{max} \cdot \sin (\omega t \pm \varphi)$$

Diese Formeln gelten allerdings nur für einen sinusförmigen

Strom- bzw. Spannungsverlauf. Ist keine Phasenverschiebung vorhanden, so vereinfachen sich die Formeln wie folgt:

$$u = U_{max} \cdot \sin \omega t$$
$$i = I_{max} \cdot \sin \omega t$$

Beispiel 83:

Eine Wechselspannung hat einen Maximalwert $U_{max} = 15$ V und eine Frequenz $f = 50$ Hz. Wie groß ist der Augenblickswert dieser Spannung zum Zeitpunkt $t = 0{,}00166$ s?
Zur Lösung wird die Formel

$$u = U_{max} \cdot \sin \omega t$$

verwendet. Für ω erhält man folgenden Wert:

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 50 = 100\pi = 314$$
$$u = 15 \cdot \sin 314 \cdot 0{,}00166$$
$$u = 15 \cdot \sin 0{,}521$$

Die Zahl 0,521 stellt das Bogenmaß des Winkels dar. Da die Kreisfunktionen in den Tabellen jedoch nach Gradmaßen aufgeführt sind, muß man das Bogenmaß in das Gradmaß umrechnen. Wie man aus Bild 63 und 64 erkennt, entspricht $2\pi = 6{,}28$ dem Gradmaß 360°. Die Einheit des Bogenmaßes ist demnach

$$\frac{360}{6{,}28} = 57{,}4°$$

Man erhält also

$$u = 15 \cdot \sin 0{,}521 \cdot 57{,}4°;$$
$$u \approx 15 \cdot \sin 30°.$$

Aus der Tabelle der Kreisfunktionen erhält man für sin 30° den Wert 0,5;

$$u = 15 \cdot 0{,}5 = 7{,}5 \text{ V}.$$

Zu dem angegebenen Zeitpunkt ist also der Augenblickswert der Spannung 7,5 V.

Beispiel 84:

Eine Wechselspannung mit $U_{max} = 85$ V hat zum Zeitpunkt $t = 0$ einen Augenblickswert $u = 60$ V. Wie groß ist die Pha-

senverschiebung gegen den Nullpunkt der Zeitachse? Verwendet wird die Formel

$$u = U_{max} \cdot \sin(\omega t + \varphi).$$

Da bei $t = 0$ auch $\omega t = 0$ ist, erhält man:

$$u = U_{max} \cdot \sin\varphi$$

$$\sin\varphi = \frac{u}{U_{max}} = \frac{60}{85}$$

$$\sin\varphi = 0{,}707$$

Aus der Tabelle der Kreisfunktionen erhält man für den Wert 0,707 den Winkel 45°, also $\varphi = 45°$.

1.3 Addition von Wechselstromgrößen

Will man zwei Wechselspannungen addieren, so muß die Gesamtspannung nicht gleich der Summe der Teilspannungen sein. Bild 66 zeigt diesen Vorgang. Es werden lediglich die

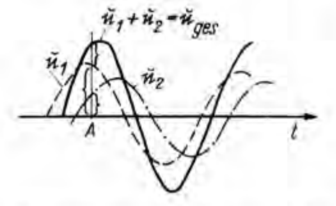


Bild 66
Addition von Wechselspannungen über den Kurvenverlauf

Momentanwerte (Augenblickswerte) der beiden Teilspannungen u_1 und u_2 addiert. Vorausgesetzt sei allerdings, daß beide Teilspannungen die gleiche Frequenz haben. Durch die punktweise Konstruktion aus der Summenbildung der einzelnen Momentanwerte erhält man eine neue Sinuskurve gleicher Frequenz, die der Addition der zwei Wechselspannungen entspricht. Während also für jeden Momentanwert

$$u_1 + u_2 = u_{ges}$$

gilt, ist für die ja nur interessierende Addition der beiden Effektivwerte noch die Phasenverschiebung zwischen den beiden

Wechselspannungen zu berücksichtigen. Für die von einem Meßwerk angezeigten Effektivwerte gilt deshalb

$$Uges = \sqrt{U_1^2 + U_2^2 + 2\,U_1 U_2 \cdot \cos\varphi}$$

Dabei ist $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$. Die Addition zweier Wechselspannungen kann auch durch die einfachere Zeigerdarstellung erläutert werden, die schneller als die Methode nach Bild 66 zum Ziel führt (Bild 67). Für den Phasenwinkel zwischen U_1 und U_{ges} gilt

$$\tan\alpha = \frac{U_2 \sin\varphi}{U_1 + U_2 \cos\varphi}.$$

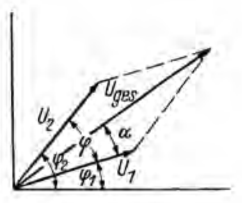


Bild 67
Zeigerdiagramm für Wechselspannungsaddition

Beispiel 85:

Gegeben sind die Wechselspannungen $U_1 = 60$ V und $U_2 = 40$ V. Zwischen beiden Spannungen besteht ein Phasenunterschied von $\varphi = 60°$. Wie groß ist die Gesamtspannung, und mit welchem Winkel eilt die Gesamtspannung der Teilspannung U_1 voraus?

$$U_{ges} = \sqrt{U_1^2 + U_2^2 + 2\,U_1 \cdot U_2 \cdot \cos\varphi}$$

$$U_{ges} = \sqrt{60^2 + 40^2 + 2 \cdot 60 \cdot 40 \cdot \cos 60°}$$

$$U_{ges} = \sqrt{3\,600 + 1\,600 + 4\,800 \cdot 0{,}5}$$

$$U_{ges} = \sqrt{3\,600 + 1\,600 + 2\,400} = \sqrt{7\,600}$$

$$U_{ges} = 87 \text{ V}$$

$$\tan\alpha = \frac{U_2 \cdot \sin 60°}{U_1 + U_2 \cdot \cos 60°} = \frac{40 \cdot 0{,}866}{60 + 40 \cdot 0{,}5}$$

$$\tan\alpha = \frac{34{,}64}{60 + 20} = \frac{34{,}64}{80} = 0{,}433$$

$$\alpha = 23{,}4°$$

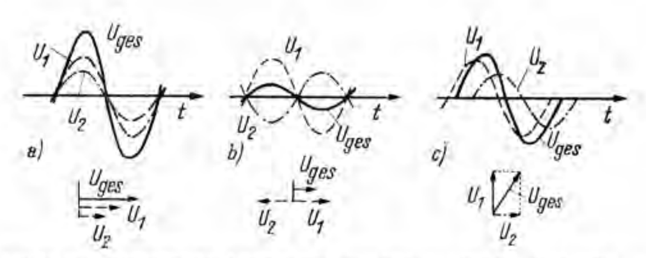


Bild 68 Sonderfälle bei der Addition von sinusförmigen Größen: (a) bei Phasengleichheit, (b) bei 180° Phasenverschiebung, (c) bei 90° Phasenverschiebung

Die Gesamtspannung ist also 87 V und hat gegenüber U_1 einen Phasenwinkel von 23,4°.

Die hier ausgeführte Addition von Wechselspannungen gilt natürlich auch analog für Wechselströme. In Bild 68 sind noch drei Sonderfälle angegeben, für die sich eine einfache Berechnung ergibt.

Bild 68a zeigt den Sonderfall, daß U_2 mit U_1 in Phase ist. Dann gilt auch für die Effektivwerte

$$U_{ges} = U_1 + U_2.$$

Bild 68b erläutert den Sonderfall, daß U_2 um 180° phasenverschoben zu U_1 ist. Es gilt dann

$$U_{ges} = U_1 - U_2.$$

Bild 68c erklärt den Sonderfall, daß U_2 um 90° phasenverschoben zu U_1 ist. Für diesen Fall gilt, weil cos 90° = 0,

$$U_{ges} = \sqrt{U_1^2 + U_2^2}.$$

Will man Wechselstromgrößen verschiedener Frequenz addieren, so sollte das nur durch punktweises zeichnerisches Dar-

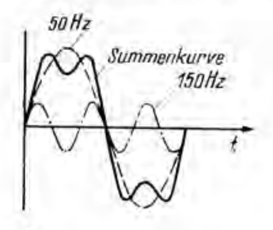


Bild 69
Summenkurve bei verschiedenen Frequenzen

stellen geschehen. Die einfachere Zeigerdarstellung kann man in diesem Falle nicht benutzen, da die Zeiger eine verschiedene Winkelgeschwindigkeit aufweisen. Bild 69 zeigt die Darstellung der Addition einer Wechselspannung von 50 Hz mit einer Wechselspannung von 150 Hz. Man erkennt, daß die neue Kurve keine Sinusschwingung mehr darstellt, aber sie ist noch periodisch. In Umkehrung dieses Vorgangs läßt sich jede beliebige periodische Kurve in eine Anzahl von Sinuskurven zerlegen (Fourier-Analyse). Die Kurve mit der niedrigsten Frequenz bezeichnet man als Grundwelle. Die außerdem noch vorhandenen Kurven sind immer ganzzahlige Vielfache der Grundwelle. Man bezeichnet sie als Oberwellen oder Harmonische. In der Wechselstromtechnik tritt eine ganze Anzahl nichtsinusförmiger, aber periodischer Kurven auf. Genannt seien die Rechteckkurve, die Dreieckkurve, die Trapezkurve oder die Sägezahnkurve. Sie werden für spezielle Zwecke benutzt. Eine Behandlung würde aber im Rahmen dieser Broschüre zu weit führen. Erwähnt sei nur, daß z. B. die Sägezahnkurve als Ablenkspannung im Katodenstrahloszillografen oder im Fernsehempfänger verwendet wird.

1.4 Der Drehstrom

Bei den bisherigen Betrachtungen wurde immer von einem Einphasen-Wechselstrom ausgegangen. Wirtschaftlicher, vor allem in der Stromerzeugung und in der Stromfortleitung, ist aber ein Dreiphasen-Wechselstrom, auch Drehstrom genannt. Beim Drehstrom haben die drei Spannungen bzw. Ströme untereinander eine Phasenverschiebung von 120° (Bild 70). Bei der Addition der Momentanwerte ergibt die Summe der drei Spannungen bzw. Ströme immer Null. Als Beweis braucht man sich in Bild 70 nur die mit 1 und 2 bezeichneten Momentanwerte anzusehen. Bei 1 hat u_3 positives Maximum, während u_1 und u_2 den halben negativen Maximalwert haben. Die Summe ist also Null. Im Momentanwert 2 ist $u_3 = 0$; u_1 und u_2 haben zwar den gleichen Amplitudenwert, stehen sich jedoch als eine negative bzw. positive Spannung gegenüber. Die Summe ist

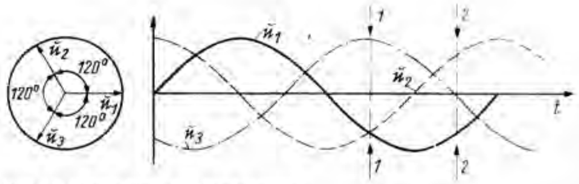


Bild 70 Darstellung des Drehstromes

also wieder Null. Diese Tatsache ermöglicht eine Verkettung der drei Größen, worin der besondere Vorteil des Drehstromes besteht.

Es gibt zwei Verkettungsmöglichkeiten auf der Generator- oder auf der Verbraucherseite: die Reihenschaltung bzw. Dreieckschaltung und die Parallelschaltung bzw. Sternschaltung.

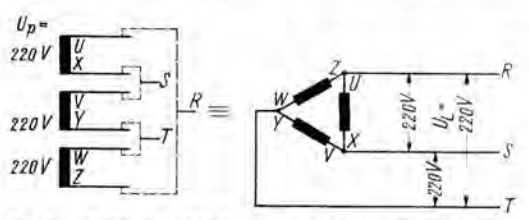


Bild 71 Darstellung der Dreieckschaltung bei Drehstrom

Bei der Dreieckschaltung müßten nach Bild 71 eigentlich sechs Leitungen verwendet werden. Da aber aus weiter oben Gesagtem eine Verkettung ohne eine Kurzschlußgefahr möglich ist, kann man die Leitungen X—V, Y—W und Z—U jeweils zu einer Leitung zusammenschließen. Die drei Leitungen bezeichnet man normgemäß mit den Buchstaben R, S und T und nennt sie im allgemeinen Sprachgebrauch *Phasen*. Bezeichnet man die Phasenspannung mit U_P und die Leiterspannung mit U_L, so ist bei der Dreieckschaltung

$$U_P = U_L.$$

Anders verhält es sich mit dem Phasen- und dem Leiterstrom. Wie man Bild 71 entnehmen kann, besteht jeder Leiterstrom aus der geometrischen Zusammensetzung der beiden anliegenden

Phasenströme, die ja beide um 120° phasenverschoben sind. Die entsprechende Ableitung der Formel soll hier unterbleiben. Für den Leiterstrom erhält man jedenfalls

$$I_L = \sqrt{3} \cdot I_P = 1{,}73\, I_P.$$

Beispiel 86:

Mit welcher Stromstärke werden die Wicklungen eines Drehstromgenerators belastet, wenn eine Stromstärke von 35 A in den Leitern fließt?

$$I_L = \sqrt{3} \cdot I_P$$

$$I_P = \frac{I_L}{\sqrt{3}} = \frac{I_L}{1{,}73}$$

$$I_P = \frac{35}{1{,}73} \approx 20{,}23\ \text{A}$$

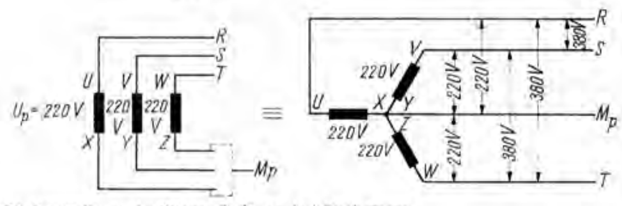


Bild 72 Darstellung der Sternschaltung bei Drehstrom

Bei der Sternschaltung müßten nach Bild 72 ebenfalls sechs Leitungen verwendet werden. Durch die Verkettung kann man aber die Leitungen X—Y—Z zusammenlegen. Diese zusammengefaßte Leitung könnte entfallen, da in ihr bei symmetrischer Belastung kein Strom fließt. Die symmetrische Belastung wird aber in der Praxis kaum erfüllt. Darum verwendet man ein Vierleitersystem. Weil im Mittelpunktsleiter M_p nur der Ausgleichstrom der unsymmetrischen Belastung fließt, wird er mit kleinerem Querschnitt verlegt. Außerdem ist der Leiter M_p meist geerdet.
Im Gegensatz zur Dreieckschaltung ist bei der Sternschaltung der Phasenstrom I_P gleich dem Leiterstrom I_L.

$$I_P = I_L$$

Anders verhält es sich mit der Spannung. Die Leiterspannung ist aus den weiter oben erwähnten Gründen größer als die Phasenspannung.

$$U_L = \sqrt{3} \cdot U_P = 1{,}73 \cdot U_P$$

Der Vorteil des vierten Leiters M_p besteht außerdem noch darin, daß man eine weitere Spannung, meist Sternspannung genannt, zur Verfügung hat. Die Sternspannung entspricht dabei der Phasenspannung. Sie liegt jeweils zwischen einer Phase und dem Mittelpunktsleiter M_p. Insgesamt stehen bei der Sternschaltung mit vier Leitern dreimal die Sternspannung U_P und dreimal die Leiterspannung U_L zur Verfügung. Das Niederspannungs-Stromnetz führt meist die Spannungen 220/380 V — 50 Hz.

Beispiel 87:

Ein Niederspannungs-Stromnetz im Vierleitersystem hat eine Leiterspannung von 220 V. Wie groß ist die Sternspannung?

$$U_L = \sqrt{3} \cdot U_P$$

$$U_P = \frac{U_L}{\sqrt{3}} = \frac{U_L}{1{,}73}$$

$$U_P = \frac{220}{1{,}73} \approx 127 \text{ V}$$

Die Dreieck- bzw. Sternschaltung läßt sich beim Drehstromnetz auch auf der Verbraucherseite anwenden. Kleinere Verbraucher schaltet man jeweils zwischen eine Phase und den Mittelpunktsleiter, größere Verbraucher an zwei oder drei Phasen. Die Umschaltung von Stern- auf Dreieckschaltung wendet man bei kleineren Motoren an Stelle eines Anlassers an. Der Motor läuft mit der Sternschaltung an, wobei er nur den 1,73ten Teil seiner Betriebsspannung erhält. Anschließend wird er auf die Dreieckschaltung umgeschaltet.

2. DAS OHMSCHE GESETZ BEI WECHSELSTROM

Die in der Gleichstromtechnik behandelten Grundgesetze des elektrischen Stromes bleiben auch in der Wechselstromtechnik gültig, wenn man sie auf die Momentanwerte anwendet. Da man aber meist mit den Effektivwerten rechnet, müssen noch weitere Gesetzmäßigkeiten behandelt werden.

2.1 Ohmscher Widerstand im Wechselstromkreis

Erzeugt ein Widerstand im Stromkreis kein nennenswertes Magnetfeld, so bezeichnet man ihn als induktionsfrei. Allerdings gilt das nur für niedrige Frequenzen, da im Hoch- und Höchstfrequenzgebiet induktionsfreie Widerstände nur in Spezialausführungen verwirklicht werden können. Beim induktionsfreien Widerstand, auch *Ohmscher Widerstand* genannt, sind Spannung und Strom in Phase. Da man mit den Effektivwerten rechnet, erhält man entsprechend dem Ohmschen Gesetz für den durch den Widerstand fließenden Strom

$$I = \frac{U}{R}.$$

Ebenfalls gilt

$$U = I \cdot R \quad \text{und} \quad R = \frac{U}{I};$$

I in A, U in V, R in Ω.

Die Indizes „eff" bei U und I wurden fortgelassen, da man, wenn nicht ausdrücklich anders vermerkt, in der Wechselstromtechnik mit den von den Meßwerken angezeigten Effektivwerten rechnet.

Allgemein bezeichnet man den Widerstand, bei dem keine Phasenverschiebung auftritt ($\varphi = 0$), als *Wirkwiderstand*. Der Wirkwiderstand zeigt keine Frequenzabhängigkeit. Er hat also bei jeder beliebigen Frequenz den gleichen Wert. Will man den Wirkwiderstand in einem Zeigerschaubild darstellen, so liegen Strom- und Spannungszeiger in einer Richtung und decken sich.

2.2 Induktivität im Wechselstromkreis

Schaltet man eine Spule über einen Strommesser einmal an eine Gleichspannung und einmal an eine Wechselspannung gleicher Größe, so wird im letzteren Falle ein geringerer Strom durch die Spule fließen. Wie ist das zu erklären? Anscheinend muß doch die Spule bei Wechselstrom einen höheren Widerstandswert haben als bei Gleichstrom. Im Gleichstromteil dieser Broschüre wurde von den Induktionserscheinungen gesprochen. Nun erzeugt eine Spule nicht nur in benachbarten Leitungskreisen Induktionsströme, sondern auch in den eigenen Windungen wird eine Urspannung induziert, wenn sich der Strom und damit das Magnetfeld ändert. Da in der Wechselstromtechnik dauernd wechselnde Ströme auftreten, entsteht also ständig eine solche Urspannung. Diese Urspannung wirkt jeder Stromänderung entgegen. Je höher dabei die Frequenz des Wechselstromes ist, um so weniger hat der Strom Zeit, einen höheren Wert zu erreichen. Für den höheren Wechselstromwiderstand der Spule muß deshalb einmal die Frequenz verantwortlich sein. Eine weitere Ursache dafür ist die dem entstehenden Strom entgegenwirkende Urspannung. Den Momentanwert dieser Urspannung bestimmt die Beziehung

$$u = L \cdot \frac{di}{dt}.$$

Mit Hilfe der Differentialrechnung findet man für einen sinusförmigen Wechselstrom als Auflösung

$$U = I \cdot \omega L.$$

Diese Formel gibt ähnlich wie beim Ohmschen Gesetz eine Beziehung zwischen Strom und Spannung bei einer Spule im Wechselstromkreis wieder. Bildet man aus der Beziehung Spannung — Strom den Widerstand, allgemein als *induktiver Widerstand* X_L bezeichnet, so ergibt sich

$$\frac{U}{I} = X_L = \omega L\,;$$

U in V, I in A, X_L in Ω, ω in s^{-1}, L in H.

Dieser induktive Widerstand, auch induktiver Blindwiderstand genannt, ist gleich dem Produkt aus Kreisfrequenz und Induktivität der Spule. Die Maßeinheit des induktiven Widerstandes wird

$$\text{für } \omega \left[\frac{1}{s}\right] \text{ und für L } \left[\frac{Vs}{A}\right]$$

$$\frac{1}{s} \cdot \frac{Vs}{A} = \frac{V}{A} = \Omega \text{ angegeben;}$$

ω = Kreisfrequenz = $2\pi \cdot f$, f = Frequenz in Hz, L = Induktivität in H. Der induktive Widerstand wird also ebenfalls in Ohm gemessen.

Zwischen Strom und Spannung tritt eine Phasenverschiebung auf, da der Strom später seinen Maximalwert erreicht als die Spannung. Bild 73 zeigt diesen Vorgang für eine ideale Spule. Man erkennt, daß die Phasenverschiebung 90° beträgt. Allgemein gilt:

Im rein induktiven Wechselstromkreis eilt der Strom der Spannung um 90° nach.

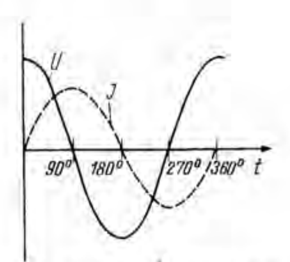


Bild 73
Strom- und Spannungskurve bei rein induktiver Belastung

Der Phasenwinkel ist also $\varphi = 90°$. Da jede Spule infolge der Drahtwicklung aber auch einen bestimmten Gleichstromwiderstand r_L hat, liegt die Phasenverschiebung immer zwischen 0° und 90°.

Beispiel 88:

Wie groß ist der induktive Widerstand einer Spule mit der Induktivität L = 0,5 H a) bei f = 50 Hz, b) bei f = 25 kHz?

a) $X_L = \omega L = 2\pi \cdot f \cdot L = 6{,}28 \cdot 50 \cdot 0{,}5 = 157\ \Omega$

b) $X_L = \omega L = 2\pi \cdot f \cdot L = 6{,}28 \cdot 25\,000 \cdot 0{,}5$

$= 314 \cdot 250$

$X_L = 78\,500\ \Omega = 78{,}5\ k\Omega$

Beispiel 89:

Wie groß muß die Induktivität L einer Spule sein, wenn sie bei $f = 1$ kHz einen induktiven Widerstand $X_L = 31{,}4\ k\Omega$ haben soll?

$$X_L = \omega L$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{31\,400}{6{,}28 \cdot 1\,000} = \frac{314}{62{,}8}$$

$$L = 5\ H$$

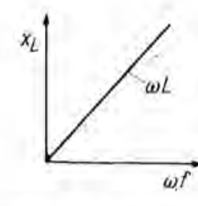


Bild 74
Frequenzabhängigkeit des induktiven Widerstandes

Wie die Formel für den induktiven Widerstand zeigt, ist dieser proportional der Frequenz f. Bild 74 erklärt diesen Zusammenhang. Da sich eine reine Induktivität in der Praxis nicht verwirklichen läßt, sondern durch den Widerstand des Spulendrahtes eine Wirkkomponente vorhanden ist, tritt praktisch nur eine Reihenschaltung von einem induktiven Widerstand und einem Wirkwiderstand auf. Aber darüber mehr in Abschnitt 4.

2.3 Kapazität im Wechselstromkreis

Bei der Behandlung des Kondensators im Gleichstromkreis wurde festgestellt, daß der Kondensator lediglich auf die angelegte Gleichspannung aufgeladen wird (Bild 41, Teil I), so daß nach beendeter Aufladung der Strom im Stromkreis fast Null ist. Wird der Kondensator dagegen an eine Wechselspannung

gelegt, so zeigt ein in den Stromkreis geschalteter Strommesser ständig einen Strom an. Diese Erscheinung ist darauf zurückzuführen, daß die Beläge des Kondensators abwechselnd positive oder negative Ladungen erhalten. Es fließt also bei angelegter Wechselspannung dauernd abwechselnd ein Lade- und ein Entladestrom. Wenn die angelegte Wechselspannung einen sinusförmigen Verlauf hat, zeigt der abwechselnde Lade- und Entladestrom einen gleichen Verlauf. Die Größe des durch den Kondensator fließenden Wechselstromes ist von der angelegten Wechselspannung abhängig. Demnach muß also der Kondensator im Wechselstromkreis wie ein Widerstand wirken. Die Stärke des durch den Kondensator fließenden Stromes wird um so größer sein und damit der Widerstand um so kleiner, je schneller Lade- und Entladestrom wechseln und je größer das Fassungsvermögen des Kondensators ist.
Diese Feststellungen bedeuten aber nichts anderes, als daß der Wechselstromwiderstand des Kondensators umgekehrt proportional der Frequenz des Wechselstromes und der Kapazität des Kondensators ist. Für den Ladestrom eines Kondensators gilt die Beziehung

$$i = C \cdot \frac{du}{dt}.$$

Mit Hilfe der Differentialrechnung findet man für einen sinusförmigen Wechselstrom als Auflösung

$$I = C \cdot \omega \cdot U.$$

Diese Formel gibt ähnlich wie beim Ohmschen Gesetz eine Beziehung zwischen Strom und Spannung bei einem Kondensator im Wechselstromkreis wieder. Bildet man aus Spannung und Strom den Widerstand, allgemein als *kapazitiver Widerstand* X_C bezeichnet, so ergibt sich

$$\frac{U}{I} = X_C = \frac{1}{\omega C};$$

U in V, I in A, X_L in Ω, ω in s^{-1}, C in F.

Dieser kapazitive Widerstand, auch kapazitiver Blindwiderstand genannt, ist umgekehrt proportional dem Produkt aus Kreis-

frequenz und Kapazität des Kondensators. Die Maßeinheit des kapazitiven Widerstandes wird

$$\text{für } \omega \left[\frac{1}{s}\right] \text{ und für C } \left[\frac{As}{V}\right]$$

$$\frac{1}{\frac{1}{s} \cdot \frac{As}{V}} = \frac{V}{A} = \Omega \text{ angegeben;}$$

ω = Kreisfrequenz = $2\pi \cdot f$, f = Frequenz in Hz, C = Kapazität in F.

Der kapazitive Widerstand wird also ebenfalls in Ohm gemessen. Zwischen Spannung und Strom tritt eine Phasenverschiebung auf, da die Spannung später als der Strom den Maximalwert erreicht. Diesen Vorgang für einen idealen Kondensator zeigt Bild 75. Aus dem Bild erkennt man, daß die Phasenverschiebung 90° beträgt, allerdings in entgegengesetzter Richtung als bei der Spule. Allgemein ausgedrückt heißt das:

Im rein kapazitiven Wechselstromkreis eilt der Strom der Spannung um 90° voraus.

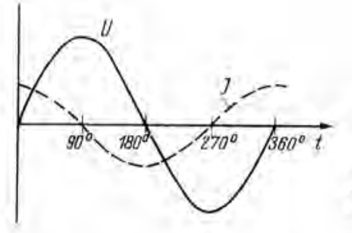


Bild 75
Strom- und Spannungskurve bei rein kapazitiver Belastung

Der Phasenwinkel ist also ebenfalls $\varphi = 90°$. Da die reine Kapazität nur theoretisch eine Bedeutung hat, liegt der Phasenwinkel wegen der Wirkwiderstände immer zwischen 0° und 90°.

Die Bezeichnung ***Blindwiderstand*** für den Wechselstromwiderstand von Spule und Kondensator rührt daher, daß der fließende Strom keine Wärme erzeugt. Beim Stromfluß durch einen

Wirkwiderstand entsteht dagegen durch die Reibung der Elektronen Wärme.

Beispiel 90:

Wie groß ist der kapazitive Widerstand eines Kondensators mit der Kapazität $C = 0{,}5\,\mu F$ a) bei $f = 50$ Hz, b) bei $f = 25$ kHz?

$$\text{a)}\quad X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{6{,}28 \cdot 50 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-6}}$$

$$(0{,}5\,\mu F = 0{,}5 \cdot 10^{-6} F)$$

$$X_C = \frac{10^6}{157} \approx 6\,370\,\Omega \approx 6{,}37\,k\Omega$$

$$\text{b)}\quad X_C = \frac{1}{6{,}28 \cdot 25 \cdot 10^3 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-6}} = \frac{10^3}{3{,}14 \cdot 25}$$

$$X_C = \frac{10^3}{78{,}5} = 12{,}74\,\Omega$$

Beispiel 91:

Wie groß muß die Kapazität C eines Kondensators sein, wenn er bei $f = 1$ kHz einen kapazitiven Widerstand $X_C = 31{,}4\,k\Omega$ haben soll?

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \qquad C = \frac{1}{\omega \cdot X_C}$$

$$C = \frac{1}{2\pi \cdot 10^3 \cdot 31{,}4 \cdot 10^3} = \frac{10^{-6}}{6{,}28 \cdot 31{,}4}$$

$$C = \frac{10^{-6}}{197} = 0{,}00508 \cdot 10^{-6}\,F = 5{,}08\,nF$$

Aus der Formel für den kapazitiven Widerstand geht hervor, daß dieser umgekehrt proportional der Frequenz ist. Bild 76

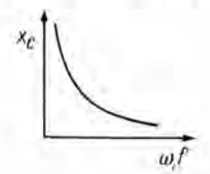


Bild 76
Frequenzabhängigkeit des kapazitiven Widerstandes

zeigt in grafischer Darstellung die Frequenzabhängigkeit des Wechselstromwiderstandes eines Kondensators. In der Praxis tritt der Kondensator immer mit einem Wirkwiderstand zusammen auf. Diese Erscheinung wird in Abschnitt 4 näher erläutert.

2.4 Der Skin-Effekt

Allgemein betrachtet sind die Stromleiter für die Anwendung in der elektrotechnischen Praxis induktions- und kapazitätsfrei. Erst bei höheren Frequenzen muß man die Kapazität und die Induktivität eines Stromleiters berücksichtigen. Der elektrische Widerstand eines Leiters ist demnach nur bei Gleichstrom ein Wirkwiderstand.

Fließt Strom durch den Leiter, so entsteht aber nicht nur um den Leiter ein Magnetfeld, sondern auch in ihm selbst. Das hat bei Gleichstrom keine Bedeutung, da im Drahtinneren ja das Magnetfeld konstant ist. Durchfließt den Leiter aber ein Wechselstrom, so ändert sich entsprechend auch das Magnetfeld. Das sich ändernde Magnetfeld bewirkt Induktionsspannungen, die den Stromfluß mit steigender Frequenz immer mehr an den Außenrand des Stromleiters drängen. Folgerichtig bezeichnet man diese Erscheinung als Stromverdrängung bzw. Haut- oder Skin-Effekt.

Wenn der Strom aber nur noch in einem Teil des Leiters transportiert wird, dann macht sich ein geringerer Querschnitt des Leiters bemerkbar. Folglich erhöht sich mit steigender Frequenz des durchfließenden Wechselstromes der Widerstand. Bild 77 zeigt vereinfacht diesen Vorgang. Bei Gleichstrom (Bild 77a) wird der gesamte Leiter von Strom durchflossen, bei Niederfrequenz (Bild 77b) dagegen bleibt das Leiterinnere stromlos. Mit steigender Frequenz wird dieser stromlose Innen-



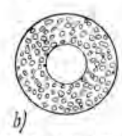




Bild 77 Darstellung zum Skin-Effekt: (a) Stromverteilung im Leiter bei Gleichstrom, (b) bei Niederfrequenz, (c) bei Hochfrequenz

raum immer größer, so daß bei Hochfrequenz (Bild 77c) nur noch an der Leiteroberfläche ein Strom auftritt.
Diese Widerstandserhöhung läßt sich näherungsweise berechnen.

$$R_e = k \cdot R_g$$

Mit R_e bezeichnet man den durch die Stromverdrängung erhöhten Widerstand, allgemein *Echtwiderstand* oder *Hochfrequenzwiderstand* genannt. R_g stellt den Gleichstromwiderstand dar. k ist ein Faktor, der die Widerstandserhöhung angibt. Dabei ist k immer größer als 1 ($k > 1$). Zunächst muß man einen Wert x bestimmen.

$$x = \frac{d}{4} \sqrt{\pi \cdot f \cdot \varkappa \cdot \mu};$$

d = Drahtdurchmesser in cm, $\pi = 3{,}14$, f = Frequenz in Hz, $\varkappa$ = elektrische Leitfähigkeit in $\frac{1}{\Omega \cdot cm}$, μ = Permeabilität = $1{,}256 \cdot 10^8$ H/cm.

Hat man den Wert für x bestimmt, so sind zwei Näherungsformeln zu beachten:

(1) x ist kleiner als 1 ($x < 1$)

$$k = 1 + \frac{1}{3} x^4$$

(2) x ist größer als 1 ($x > 1$)

$$k = x + \frac{1}{4} + \frac{3}{64x}$$

Beispiel 92:

Welchen Widerstand besitzt ein Kupferdraht von der Länge l = 2 100 m und einem Durchmesser d = 4 mm a) bei Gleichstrom, b) bei f = 50 Hz, c) bei f = 20 kHz, d) bei f = 5 MHz?

a) $R_g = \frac{1}{\varkappa \cdot q} \qquad q = 0{,}785 \cdot d^2$

$$q = 0{,}785 \cdot 4^2 = 0{,}785 \cdot 16$$

$$q \approx 12{,}6 \text{ mm}^2$$

$$R_g = \frac{2\,100}{57 \cdot 12{,}6} = \frac{2\,100}{718} = 2{,}93\ \Omega$$

b) $x = \frac{d}{4}\sqrt{\pi \cdot f \cdot \varkappa \cdot \mu} =$

$$= \frac{0,4}{4}\sqrt{3,14 \cdot 50 \cdot 57 \cdot 10^4 \cdot 1,256 \cdot 10^{-8}}$$

($\varkappa = 57 \cdot 10^4$, da in $\frac{1}{\Omega\ \text{cm}}$ eingesetzt ist)

$$x = 0,1\sqrt{50 \cdot 225 \cdot 10^{-4}} = 0,1\sqrt{11250 \cdot 10^{-4}}$$

$$x = 0,1\sqrt{1,1250} = 0,1 \cdot 1,06 = 0,106$$

Da $x < 1$ ist, wird

$$k = 1 + \frac{1}{3}x^4 = 1 + \frac{1}{3} \cdot 0,106^4 \text{ (aus Tabelle!)}$$

$$k = 1 + \frac{1}{3}\,0,000126 = 1 + 0,000042$$

$$k = 1,000042$$

Man erkennt unschwer, daß bei 50 Hz nur eine kaum meßbare Widerstandserhöhung auftritt.

c) $x = \frac{0,4}{4}\sqrt{225 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^4} = 0,1\sqrt{450}$

$$x = 0,1 \cdot 21,2 = 2,12$$

Da $x > 1$ ist, wird

$$k = x + \frac{1}{4} + \frac{3}{64\,x} = 2,12 + 0,25 + \frac{3}{64 \cdot 2,12}$$

$$k = 2,12 + 0,25 + 0,022 = 2,392$$

$$R_e = k \cdot R_g = 2,392 \cdot 2,93$$

$$R_e = 7\ \Omega$$

Bei 20 kHz ist also der Leiterwiderstand 7 Ω statt 2,93 Ω.

d) $x = \frac{0,4}{4}\sqrt{225 \cdot 10^{-4} \cdot 5 \cdot 10^6} = 0,1\sqrt{1\,125 \cdot 10^2}$

$$x = \sqrt{1\,125} = 10\sqrt{11,25} = 10 \cdot 3,35 = 33,5$$

Da $x > 1$ ist, wird

$$k = x + \frac{1}{4} + \frac{3}{64\,x} = 33,5 + \frac{1}{4} + \frac{3}{64 \cdot 33,5},$$

$$k = 33,5 + 0,25 + 0,0014 \approx 33,75$$

$$R_e = k \cdot R_g = 33,75 \cdot 2,93$$

$$R_e = 98,8\ \Omega$$

Bei 5 MHz ist also der Leiterwiderstand bereits 98,8 Ω gegenüber 2,93 Ω.

In der Praxis wird die Stromverdrängung bei höheren Frequenzen in vielerlei Hinsicht berücksichtigt. Bekannt ist z. B. die HF-Litze, die aus sehr vielen dünnen, voneinander isolierten und verdrillten Drähten besteht. Das Ergebnis ist eine günstigere Stromverteilung, da durch das Verdrillen die Drähte einmal außen und einmal innen liegen. Man muß nur beachten, daß beim Löten der Spulenenden alle Drähte erfaßt werden, weil die nichtangeschlossenen Drähte die günstige Wirkung wieder aufheben würden. Die in der Dezimetertechnik dünne stromführende Schicht gestattet z. B., eine Lecherleitung aus Keramikstäben zu fertigen, auf die außen eine Silberschicht aufgebrannt ist. Auch die Versilberung von Leitungsdrähten spielt eine Rolle, da man dadurch eine Außenschicht mit besserer spezifischer Leitfähigkeit erhält.

3. ENERGIE UND LEISTUNG BEI WECHSELSTROM

3.1 Die elektrische Arbeit

Genau wie bei Gleichstrom wird bei Wechselstrom die Arbeit als Produkt aus der Leistung P und der Zeit t bestimmt. Dabei ist die Wirkleistung des Wechselstromes maßgebend, über die im nächsten Abschnitt noch einiges gesagt wird. Deshalb soll hier nur die Formel angegeben werden, mit der man die Arbeit eines Wechselstromes berechnen kann.

$$A = P \cdot t = U \cdot I \cdot \cos\varphi \cdot t;$$

A = elektrische Arbeit in Ws, U = effektive Spannung in V, I = effektive Stromstärke in A, φ = Phasenwinkel zwischen U und I, t = Zeit in s.

Beispiel 93:

Eine Spule liegt an einer Wechselspannung U = 220 V und nimmt dabei einen Strom I = 2,8 A auf. Die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung ist $\varphi = 65°$, $\cos 65° = 0{,}4226$. Wie groß ist die in zwei Stunden verbrauchte Arbeit?

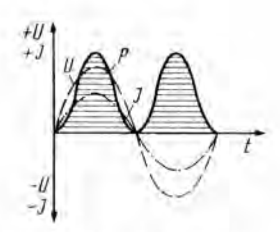
$$A = U \cdot I \cdot \cos\varphi \cdot t$$
$$A = 220 \cdot 2{,}8 \cdot 0{,}4226 \cdot 2 \cdot 3600$$
$$A = 7\,200 \cdot 616 \cdot 0{,}4226$$
$$A = 1\,870\,000 \text{ Ws}$$

3.2 Die elektrische Leistung

Um die Leistung bei Wechselstrom zu berechnen, muß man verschiedene Überlegungen anstellen. Bei Gleichstrom war die Leistung bekanntlich das Produkt aus Spannung und Strom. Bei Wechselstrom muß man unterscheiden, ob in einem Stromkreis nur Wirkwiderstände oder auch Blindwiderstände angeordnet sind. Blindwiderstände bewirken ja eine Phasenverschiebung, so daß das Produkt aus Strom und Spannung nicht die tatsächliche Leistung angibt.

Für den einfachsten Fall besteht die Belastung des Strom-

Bild 78
Leistungskurve bei Fehlen einer Phasenverschiebung (Wirkleistung)



kreises aus einem Wirkwiderstand bzw. Ohmschen Widerstand. Hierbei ist der Strom mit der Spannung in Phase. Bildet man aus den Momentanwerten von Strom und Spannung das Produkt, so erhält man eine neue Kurve. Diese enthält nur positive Werte, da ja nur Produkte aus plus mal plus und minus mal minus auftreten. Bild 78 zeigt diese Leistungskurve einer Wechselstromschaltung mit dem Phasenwinkel Null. Die Kurve der Leistung hat die doppelte Frequenz wie die Kurven von Spannung und Strom. Deshalb kann man für diese drei Größen kein Zeigerschaubild entwickeln. Die Leistung erhält man für diesen Fall ($\varphi = 0°$) ganz einfach als Produkt aus effektiver Spannung und effektiver Stromstärke:

$$P = U \cdot I \text{ [W]};$$

U in V, I in A, P in W. Diese Leistung ist eine Wirkleistung und wird deshalb in Watt angegeben.
Wie sieht es nun mit der Leistung aus, wenn eine rein induktive oder rein kapazitive Belastung im Wechselstromkreis vorliegt? Die Phasenverschiebung ist ja in diesem Fall 90°. Bild 79 zeigt wieder die Leistungskurve, die man aus dem Produkt der Momentanwerte von Strom und Spannung gewinnen kann. Die Leistungsanteile sind bei 90° Phasenverschiebung gleich-

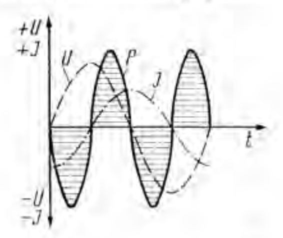


Bild 79
Leistungskurve für rein induktive Belastung (Blindleistung)

mäßig auf positive und auf negative Werte verteilt. Dadurch ist für eine Periode die Wirkleistung gleich Null. Bild 79 stellt den Kurvenverlauf einer rein induktiven Belastung dar. Für die kapazitive Belastung ist der Kurvenverlauf um 180° verschoben. Aber man kommt zu den gleichen Schlußfolgerungen. Die in Bild 79 gezeigte Leistung, die keine Arbeit verrichtet, bezeichnet man als Blindleistung. Diese Blindleistung wird im Unterschied zur Wirkleistung, die man in Watt mißt, in VA angegeben. Den Kurvenverlauf der Leistung in Bild 79 kann man so deuten, daß in einer Viertelperiode Energie im Schaltelement gespeichert und in der nächsten Viertelperiode wieder entnommen wird.

Eine rein induktive oder rein kapazitive Belastung gibt es in der Praxis nicht. Vielmehr treten Wirk- und Blindleistung zusammen auf, weil praktisch die Phasenverschiebung stets kleiner als 90° ist. Wenn man bei kleinerem Winkel der Phasenverschiebung wieder die Leistungskurve bildet — Bild 80 zeigt

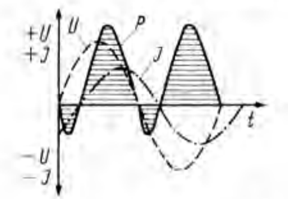
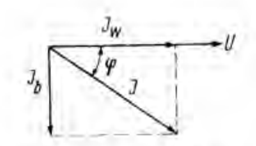


Bild 80
Leistungskurve bei Phasenverschiebung

ein Beispiel —, so haben die Produkte aus unterschiedlichen Vorzeichen von Strom und Spannung negative Werte. Die Wirkleistung wird kleiner, da die in Bild 80 dargestellte negative Blindleistung auch einen gleichgroßen positiven Anteil hat, der abgezogen werden muß.

Man kann die Darstellung mit Hilfe eines Zeigerdiagrammes vereinfachen. Dadurch läßt sich die Abhängigkeit der Wirkleistung vom Winkel φ der Phasenverschiebung besser erkennen. Bei einem Phasenwinkel $\varphi = 0°$ ist die Wirkleistung ein Maximum, dagegen wird die Wirkleistung gleich Null, wenn der Winkel der Phasenverschiebung $\varphi = 90°$ auftritt. Will man diese Überlegungen in einem Zeigerdiagramm für den Strom darstellen, dann muß der Wirkstrom ($\varphi = 0°$) in gleicher Rich-

Bild 81
Zeigerdiagramm für Ströme bei Wechselstrom



tung wie die Spannung aufgetragen werden. Der Blindstrom ($\varphi = 90°$) liegt zur gleichen Spannung unter einem Winkel von 90°. Hat man also eine Schaltung, bei der sowohl ein Wirkstrom als auch ein Blindstrom auftreten, werden beide Ströme ins Zeigerdiagramm eingetragen (Bild 81). Der in der Diagonale eingezeichnete Strom I stellt den effektiven Strom dar, den man bei einem Strommesser als Anzeige erhält.

Aus dem Zeigerdiagramm (Bild 81) ist zu entnehmen, daß man eine effektive Stromstärke I in zwei Komponenten, den Wirkstrom I_w und den Blindstrom I_b, zerlegen kann. Der Winkel zwischen der Spannung U und dem Strom I ist gleich dem Phasenwinkel φ. Mathematisch betrachtet erhält man folgende Beziehungen:

$$I_w = I \cdot \cos \varphi$$
$$I_b = I \cdot \sin \varphi$$

Nun fällt es nicht schwer, mit diesen Werten die einzelnen Leistungen zu berechnen.

Die Wirkleistung, also die im Stromkreis wirklich auftretende Leistung ist gleich dem Produkt aus effektiver Spannung U und Wirkstrom I_w.

$$P_w = U \cdot I_w = U \cdot I \cdot \cos \varphi \; [W]$$

Die Blindleistung, also die Leistung, die keine Arbeit verrichtet, ist gleich dem Produkt aus effektiver Spannung U und dem Blindstrom I_b.

$$P_b = U \cdot I_b = U \cdot I \cdot \sin \varphi \; [VA]$$

Vereinbarungsgemäß gibt man meist die Blindleistung in VA an. In manchen Veröffentlichungen findet man aber auch die Maßbezeichnung W_b (Blindwatt) oder Var (Voltampere reaktiv). Bildet man für einen beliebig belasteten Stromkreis wie bei Gleichstrom das Produkt aus Strom und Spannung, so erhält man die scheinbar vorhandene Leistung entsprechend der in

Bild 80 dargestellten positiven Leistungskurve. Sinngemäß bezeichnet man diese Leistung als Scheinleistung P_s, gemessen in VA.

$$P_s = U \cdot I \text{ [VA]}$$

Bei Wechselstrom muß man also immer zwischen Wirkleistung, Blindleistung und Scheinleistung unterscheiden.

Mathematisch kann man noch folgende Umwandlungen vornehmen:

$$P_w = P_s \cdot \cos \varphi$$
$$P_b = P_s \cdot \sin \varphi$$
$$P_w^2 + P_b = P^2 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi)$$

Da $\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi$ gleich Null ist, ist

$$P^2 = P_w^2 + P_b^2$$
$$P_s = \sqrt{P_w^2 + P_b^2}$$

In der Mathematik ist dieser Zusammenhang als Lehrsatz des Pythagoras bekannt: „Die Summe der Quadrate über den Katheten ist gleich dem Quadrat über der Hypotenuse."

Folglich kann man auch für die Leistungen ein Zeigerdiagramm aufstellen (Bild 82).

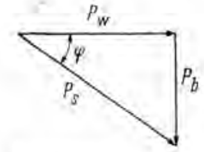


Bild 82
Zeigerdiagramm für Leistungen bei Wechselstrom

Beispiel 94:

Durch Messungen werden an einer Wechselstromschaltung folgende Werte festgestellt: $U = 220$ V, $I = 4{,}5$ A, $\varphi = 26°$. Wie groß sind Scheinleistung, Wirkleistung und Blindleistung?

Bei $\varphi = 26°$ ist $\cos \varphi = 0{,}8988$ und $\sin \varphi = 0{,}4384$ (aus Tabelle für Kreisfunktionen).

Scheinleistung:

$$P_s = U \cdot I = 220 \cdot 4{,}5 = 990 \text{ VA}$$

Wirkleistung:

$$P_w = U \cdot I \cdot \cos \varphi = 220 \cdot 4{,}5 \cdot 0{,}8988$$
$$P_w = 990 \cdot 0{,}8988 \approx 890 \text{ W}$$

Blindleistung:

$$P_b = U \cdot I \cdot \sin\varphi = 220 \cdot 4{,}5 \cdot 0{,}4384$$
$$P_b = 990 \cdot 0{,}4384 \approx 435 \text{ VA}$$

Probe:

$$P_s = \sqrt{P_w^2 + P_b^2} = \sqrt{890^2 + 435^2}$$
$$P_s = \sqrt{795\,000 + 189\,000} = \sqrt{984\,000}$$
$$P_s = 990 \text{ VA}$$

Bildet man aus dem Zeigerdiagramm für die Leistungen mit Hilfe der Trigonometrie den Kosinus des Winkels φ, so erhält man

$$\cos\varphi = \frac{P_w}{P_s}.$$

(Der Kosinus des Winkels φ ist gleich dem Quotienten aus Ankathete zu Hypotenuse.)

Die Größe $\cos\varphi$ ist in der Elektrotechnik sehr wichtig. Sie bezeichnet den Anteil der Wirkleistung an der Scheinleistung. Der Wert von $\cos\varphi$ liegt zwischen Null und 1. Im Falle der Phasenverschiebung von $\varphi = 90°$ ergibt $\cos\varphi$ gleich Null, dann ist P_w gleich Null und P_s gleich der Blindleistung, die keine Arbeit verrichtet. Bei $\cos\varphi = 1$ wird dagegen P_w gleich P_s, so daß keine Blindleistung auftritt. Der Winkel φ ist für diesen Fall gleich Null, also Strom und Spannung sind in Phase.

Man strebt nun in der Praxis einen Kosinus des Winkels φ von möglichst 1 an. Je weiter sich $\cos\varphi$ dem Wert 1 nähert, um so mehr vergrößert sich der Anteil der Wirkleistung an der Scheinleistung. Und je größer $\cos\varphi$ ist, um so weniger Blindleistung wird erzeugt, die nur Leitungen und Generatoren belastet, ohne eine Arbeit zu verrichten. Stromnetze sind meist induktiv belastet, da sie Motoren und Transformatoren speisen. Es fließt also in solchen Stromnetzen ein induktiver Blindstrom. Der Strom eilt darum der Spannung nach. Gelingt es jedoch, die Phase so zu verschieben, daß der Strom weniger nacheilt, dann erhält man einen günstigeren Leistungsfaktor. Solche Phasenschieber sind große Kondensatoren, die bei Wechselstrom einen voreilenden Blindstrom haben. Dadurch können sie bei entsprechender Größe den induktiven Blindstrom teilweise kompensieren. Weiterhin werden als Phasenschieber auch

übererregte Synchronmaschinen eingesetzt, die an das Stromnetz einen vorauseilenden Blindstrom abgeben können.
Die Probleme zur Verbesserung des Leistungsfaktors haben vor allem eine wirtschaftliche Bedeutung. Bei einem guten Leistungsfaktor können die E-Werke wirtschaftlich arbeiten, und das Leitungsnetz kann materialsparend aufgebaut werden.

Beispiel 95:

Ein Motor nimmt an einem Stromnetz mit $U = 220$ V eine Leistung $P_w = 1{,}2$ kW auf. Der Leistungsfaktor ist dabei $\cos\varphi = 0{,}8$.

a) Wie groß ist die Scheinleistung?
b) Wie groß ist der von einem Meßwerk angezeigte Strom?
c) Wie groß ist der Blindstrom?

a) $\cos\varphi = \frac{P_w}{P_s} \qquad P_s = \frac{P_w}{\cos\varphi}$

$$P_s = \frac{1{,}2}{0{,}8} = 1{,}5 \text{ kVA}$$

b) $P_s = U \cdot I \qquad I = \frac{P_s}{U}$

$$I = \frac{1{,}500}{220} = 6{,}82 \text{ A}$$

c) $\cos\varphi = 0{,}8 \qquad \varphi = 36{,}8°$

$\sin 36{,}8° = 0{,}6$

(aus Tabelle der Winkelfunktionen)

$I_b = I \cdot \sin\varphi = 6{,}82 \cdot 0{,}6 = 4{,}1$ A

Beispiel 96:

Wie groß sind Wirk- und Blindleistung, wenn der Phasenwinkel 45° beträgt?

$P_w = U \cdot I \cdot \cos\varphi \qquad P_b = U \cdot I \cdot \sin\varphi$

$\cos 45° = 0{,}7071 \qquad \sin 45° = 0{,}7071$

Da $\cos\varphi = \sin\varphi$ ist, wird $P_w = P_b$. Beide Leistungen haben also die gleiche Größe.

3.3 Die elektrische Leistung bei Drehstrom

Bei Drehstrom, der symmetrisch belastet ist, werden die Leistungen der einzelnen Phasen addiert, so daß man folgende Formel erhält:

$$P_S = 3 \cdot U_P \cdot I_P;$$

P_s = Scheinleistung in VA, U_P = Phasenspannung in V, I_P = Phasenstrom in A.

Da man also mit Leiterströmen und Leiterspannungen rechnet, ist bei der Sternschaltung

$$U_P = \frac{U_L}{\sqrt{3}} \text{ und } \quad I_P = I_L;$$

U_L = Leiterspannung in V, I_L = Leiterstrom in A.
Somit wird

$$P_s = 3 \cdot \frac{U_L}{\sqrt{3}} \cdot I_L \qquad (3 = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3});$$

$$P_s = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L = 1{,}73 \cdot U_L \cdot I_L.$$

Bei der Dreieckschaltung ist

$$U_P = U_L;\; I_P = \frac{I_L}{\sqrt{3}}.$$

Somit wird

$$P_s = 3 \cdot U_L \cdot \frac{I_L}{\sqrt{3}} \qquad (3 = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3});$$

$$P_s = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L = 1{,}73 \cdot U_L \cdot I_L.$$

Weil beide Leistungsgleichungen gleich sind, ist also die Leistung unabhängig davon, ob eine Stern- oder eine Dreieckschaltung vorliegt.
Ebenso erhält man für die Wirkleistung bei Drehstrom

$$P_w = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos\varphi = 1{,}73 \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos\varphi.$$

Für die Blindleistung erhält man sinngemäß

$$P_b = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \sin\varphi = 1{,}73 \cdot U_L \cdot I_L \cdot \sin\varphi.$$

φ ist wieder der Winkel der Phasenverschiebung zwischen Leiterspannung und Leiterstrom.

Beispiel 97:

Ein Drehstrommotor nimmt an einer Spannung $U = 380$ V einen Strom $I = 15$ A auf. Der Leistungsfaktor ist $\cos \varphi = 0{,}89$. Wie groß sind Scheinleistung, Wirkleistung und Blindleistung?

$$P_s = U \cdot I \cdot \sqrt{3} = 380 \cdot 15 \cdot 1{,}73 = 9\,850 \text{ VA}$$

$$P_s = 9{,}85 \text{ kVA}$$

$$P_w = U \cdot I \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi = 380 \cdot 15 \cdot 1{,}73 \cdot 0{,}89$$

$$P_w = 8\,770 \text{ W} = 8{,}77 \text{ kW}$$

Bei $\cos \varphi = 0{,}89$ ist $\varphi = 27{,}1^\circ$ und $\sin 27{,}1^\circ = 0{,}4555$.

$$P_b = U \cdot I \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi = 380 \cdot 15 \cdot 1{,}73 \cdot 0{,}4555$$

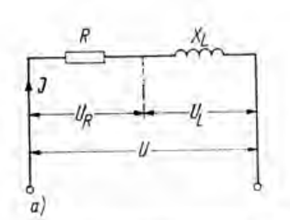
$$P_b = 4\,490 \text{ VA} = 4{,}49 \text{ kVA}$$

4. SCHALTUNGEN IM WECHSELSTROMKREIS

Bei der bisherigen Behandlung der Wechselstromtechnik wurde immer von reinen Wirk- und reinen Blindwiderständen ausgegangen. Nun ist es aber in der Praxis so, daß Kombinationen in Reihenschaltung, in Parallelschaltung oder beide Möglichkeiten gemischt vorkommen. Denn jede Spule und jeder Kondensator hat Verluste, so daß neben dem induktiven oder dem kapazitiven Widerstand noch ein Ohmscher Widerstand wirkt. Außerdem gibt es Schaltungen, die aus Widerstand, Spule und Kondensator bestehen. Um Strom, Spannung oder Leistung berechnen zu können, muß man den Gesamtwiderstand kennen, den diese Schaltungen bei Wechselstrom haben.
Für Strom, Spannung und Leistung muß man in der Wechselstromtechnik jeweils drei Größen unterscheiden:
a) Wirkgröße (Wirkwert),
b) Blindgröße (Blindwert),
c) Scheingröße (Scheinwert).
Auch beim Widerstand muß man zwischen diesen drei Größen unterscheiden. Also zwischen Wirkwiderstand, Blindwiderstand und Scheinwiderstand. Dabei ist
a) der Wirkwiderstand jener Widerstand, bei dem Strom und Spannung in Phase sind ($\varphi = 0°$);
b) der Blindwiderstand jener Widerstand, bei dem der Strom der Spannung um 90° nacheilt bzw. voreilt ($\varphi = \pm 90°$);
c) der Scheinwiderstand jener Widerstand, der sich anteilmäßig aus Wirk- und Blindwiderstand ergibt und bei dem zwischen Strom und Spannung eine Phasenverschiebung auftritt, wobei der Winkel φ zwischen 0 und 90° liegt.

4.1 Reihenschaltung von R und L

Ein Beispiel soll zeigen, wie man bei der Berechnung von Wechselstromschaltungen vorgehen muß. Angenommen sei eine verlustbehaftete Spule. Diese Spule hat eine Drahtwicklung, die bei Gleichstrom einen bestimmten Widerstandswert darstellt. Da durch den Drahtwiderstand ein Teil der zugeführten Leistung



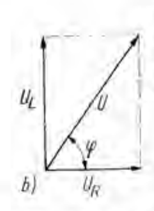


Bild 83
Reihenschaltung von Spule und Widerstand (a) und Zeigerdiagramm der Spannungen (b)

in Wärme umgesetzt wird, handelt es sich um einen Wirkwiderstand. Dieser Verlustwiderstand R liegt in Reihe mit dem induktiven Blindwiderstand X_L der Spule (Bild 83a). Legt man diese Reihenschaltung an eine Wechselspannung U, so müssen über beide Teilwiderstände entsprechende Spannungen abfallen. In einem Zeigerdiagramm (Bild 83b) kann man diese Teilspannungen darstellen, die sich zur Gesamtspannung U zusammensetzen. Die Spannung U_R ist mit dem Strom I in Phase, während die Spannung U_L um 90° vorauseilt. Dabei ist

$$U^2 = U_R^2 + U_L^2 \cdot$$

Für die Teilspannungen kann man auch schreiben

$$U_R = I \cdot R;$$
$$U_L = I \cdot X_L.$$

Setzt man das in die obige Gleichung ein, so erhält man

$$U^2 = I^2 \cdot R^2 + I^2 \cdot X_L^2;$$

$$U^2 = I^2\left(R^2 + X_L^2\right);$$

$$U = I\sqrt{R^2 + X_L^2}.$$

Der Wert der Wurzel stellt einen Widerstand dar. Man bezeichnet ihn als *Scheinwiderstand* Z.

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

Diese Formel kennzeichnet also den Scheinwiderstand, auch Impedanz genannt, einer Reihenschaltung von Widerstand R und Spule L. Ebenso wie für andere Wechselstromgrößen kann man auch für Widerstände ein Zeigerdiagramm aufstellen.

Bild 84
Zeigerdiagramm der Widerstände für eine Reihenschaltung von L und R

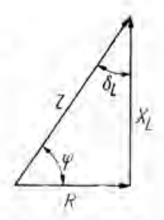


Bild 84 zeigt das Widerstandsdiagramm für die Reihenschaltung von Widerstand und Spule. Der Wirkwiderstand R liegt in Phase mit dem Strom I. Der induktive Blindwiderstand X_L bildet dazu einen Winkel von 90°. Die Hypotenuse des entstehenden Dreiecks stellt den Scheinwiderstand Z dar.
Den Winkel der Phasenverschiebung erhält man mit Hilfe der Winkelfunktionen zu

$$\tan \varphi = \frac{X_L}{R} = \frac{\text{Blindwiderstand}}{\text{Wirkwiderstand}} .$$

In Bild 84 ist noch ein Winkel δ_L eingezeichnet, für den die Beziehung

$$\delta_L = 90° - \sphericalangle \varphi$$

gilt. Dieser Winkel wird um so kleiner, je geringer der Wirkwiderstand R zum induktiven Widerstand X_L ist. Da mit R der Verlustwiderstand der Spule gekennzeichnet wurde, bezeichnet man den Winkel δ_L als Verlustwinkel. Dabei ist

$$\tan \delta_L = \frac{R}{X_L}.$$

Bildet man den Kehrwert, so erhält man

$$\rho_L = \frac{1}{\tan \delta_L} = \frac{X_L}{R}.$$

Mit ρ_L bezeichnet man die Spulengüte, auch Gütefaktor genannt, die in der HF-Technik eine große Rolle spielt.
In alle hier aufgeführten Formeln ist für den induktiven Blindwiderstand X_L die bereits bekannte Beziehung

$$X_L = \omega \cdot L, \quad \omega = 2\pi \cdot f$$

einzusetzen.

Beispiel 98:

Eine Spule mit der Induktivität $L = 0,3$ H liegt in Reihe mit einem Widerstand $R = 150\ \Omega$ an einer Wechselspannung $U = 220$ V mit der Frequenz $f = 50$ Hz.

a) Wie groß ist der induktive Blindwiderstand X_L?

b) Wie groß ist der Scheinwiderstand Z der Reihenschaltung?

c) Wie groß ist der Strom I durch die Reihenschaltung?

d) Wie groß sind die Teilspannungen über den Widerständen?

e) Wieviel beträgt der Winkel φ der Phasenverschiebung?

a) $X_L = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 \cdot 0{,}3$
$X_L = 314 \cdot 0{,}3 = 94{,}2\ \Omega$

b) $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{150^2 + 94{,}2^2} =$
$= \sqrt{22\,500 + 8\,874}$
$Z = \sqrt{31\,374} = 177\ \Omega$

c) $I = \frac{U}{Z} = \frac{220}{177} = 1{,}24$ A

d) $U_R = I \cdot R = 1{,}24 \cdot 150 = 186{,}5$ V
$U_L = I \cdot X_L = 1{,}24 \cdot 94{,}2 = 117$ V
Probe: $U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = \sqrt{186{,}5^2 + 117^2}$
$U = \sqrt{34\,800 + 13\,700} = \sqrt{48\,500}$
$U = 220$ V

e) $\tan \varphi = \frac{X_L}{R} = \frac{94{,}2}{150} = 0{,}628$

$\varphi = 32{,}1°$ (aus Tabelle der Winkelfunktionen)

Beispiel 99:

Eine Spule hat an einem Ohmmeter einen Gleichstromwiderstand $R = 20\ \Omega$. Mit dem Scheinwiderstandsmeßgerät erhält man bei einer Meßfrequenz $f = 5$ kHz einen Scheinwiderstand $Z = 50\ \Omega$. Wie groß ist die Induktivität L der Spule?

$Z^2 = R^2 + X_L^2 = R^2 + (\omega L)^2$
$(\omega L)^2 = Z^2 - R^2$
$\omega L = \sqrt{Z^2 - R^2}$

$$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{\omega} = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{2 \cdot \pi \cdot f}$$

$$L = \frac{\sqrt{50^2 - 20^2}}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 5\,000} = \frac{\sqrt{2\,500 - 400}}{31\,400}$$

$$L = \frac{\sqrt{2\,100}}{31\,400} = \frac{45{,}8}{31\,400} = 0{,}00146\ \mathrm{H}$$

$$L = 1{,}46\ \mathrm{mH}$$

4.2 Reihenschaltung von R und C

Schaltet man einen Kondensator und einen Widerstand in Reihe, so wie es Bild 85a zeigt, kann man mit derselben Formel den

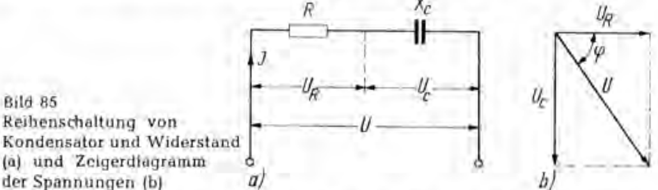


Bild 85
Reihenschaltung von Kondensator und Widerstand (a) und Zeigerdiagramm der Spannungen (b)

Scheinwiderstand berechnen. Man muß nur den kapazitiven Blindwiderstand X_C einsetzen und berücksichtigen, daß die Beziehung

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

dabei gilt. Also ist der Scheinwiderstand

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}\ .$$

Bei der Aufstellung der Zeigerdiagramme ist zu beachten, daß infolge der Kapazität der Strom der Spannung um 90° vorauseilt. Deshalb werden die kapazitiven Blindwerte in entgegengesetzter Richtung als die induktiven Blindwerte aufgetragen. Bild 85b zeigt das Zeigerdiagramm der Spannungen und Bild 86 das Zeigerdiagramm der Widerstände. Für den Winkel der Phasenverschiebung gilt

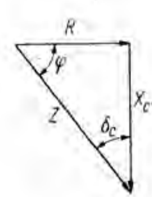


Bild 86
Zeigerdiagramm der Widerstände für eine Reihenschaltung von C und R

$$\tan \varphi = \frac{X_C}{R} = \frac{1}{R \cdot \omega C}.$$

Wie bei der Spule kann man auch bei einem Kondensator den Verlustwiderstand in der Reihenschaltung berücksichtigen. Für den Verlustwinkel des Kondensators gilt dann die Beziehung

$$\tan \delta_C = \frac{R}{X_C} = R \cdot \omega C.$$

Der Kehrwert ist dann analog zur Spule der Gütefaktor des Kondensators

$$\rho_C = \frac{1}{\tan \delta_C} = \frac{X_C}{R} = \frac{1}{R \cdot \omega C}.$$

Beispiel 100:

Ein Kondensator mit der Kapazität $C = 16\ \mu F$ liegt in Reihe mit einem Widerstand $R = 200\ \Omega$ an einer Wechselspannung $U = 220\ V$ mit der Frequenz $f = 50\ Hz$.

a) Wie groß ist der kapazitive Blindwiderstand X_C?
b) Wie groß ist der Scheinwiderstand Z der Reihenschaltung?
c) Wie groß ist der Strom I durch die Reihenschaltung?
d) Wie groß sind die Teilspannungen über den Widerständen?
e) Wieviel beträgt der Winkel φ der Phasenverschiebung?

a) $$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

$$X_C = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 \cdot 16 \cdot 10^{-6}} = \frac{10^6}{314 \cdot 16}$$

$$X_C = \frac{10^6}{5\,030} = 199\ \Omega \approx 200\ \Omega$$

b) $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{200^2 + 200^2}$

$Z = \sqrt{40\,000 + 40\,000} = \sqrt{80\,000} = 283\ \Omega$

c) $I = \frac{U}{Z} = \frac{220}{283} = 0{,}78\ A$

d) Da $R = X_C$ ist, wird

$U_R = U_C = I \cdot R = 0{,}78 \cdot 200 = 156\ V$

Probe: $U = \sqrt{U_R^2 + U_C^2} = \sqrt{156^2 + 156^2}$

$U = \sqrt{24\,300 + 24\,300} = \sqrt{48\,600}$

$U = 220\ V$

e) Weil $R = X_C$ ist, müßte $\varphi = 45°$ sein.

$\tan\varphi = \frac{X_C}{R} = \frac{200}{200} = 1$

$\varphi = 45°$ (aus Tabelle der Winkelfunktionen)

Beispiel 101:

Mit einem RC-Glied in Reihenschaltung soll eine Phasenverschiebung $\varphi = 63{,}4°$ erreicht werden. Dabei ist die Frequenz $f = 5\ kHz$. Vorhanden ist ein Widerstand $R = 15\ kOhm$. Wie groß muß der Kondensator bemessen sein?

Bei $\varphi = 63{,}4°$ ist nach der Tabelle der Winkelfunktionen der Tangens:

$\tan 63{,}4° = 2$

Aus der Formel

$$\tan\varphi = \frac{1}{R \cdot \omega C}$$

erhält man

$$C = \frac{1}{R \cdot \omega \cdot \tan\varphi} = \frac{1}{15 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 5 \cdot 10^3 \cdot 2}$$

$$C = \frac{1}{300 \cdot 3{,}14 \cdot 10^6} = \frac{1}{0{,}942 \cdot 10^9}$$

$$C = \frac{1}{0{,}942} \cdot 10^{-9} = 1{,}06 \cdot 10^{-9}\ F = 1{,}06\ nF$$

4.3 Reihenschaltung von L und C

Bei theoretischen Überlegungen muß man manchmal die Reihenschaltung aus einer reinen Induktivität und einer reinen Kapazität betrachten. Dabei ist zu unterscheiden, ob der induktive oder der kapazitive Blindwiderstand überwiegt. Am deutlichsten erkennt man diesen Unterschied aus den entsprechenden Zeigerdiagrammen. Bei der Darstellung in Bild 87a überwiegt der

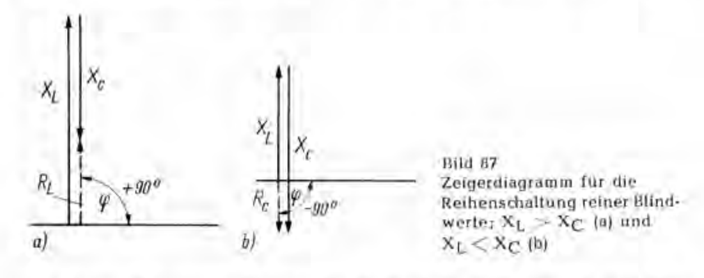


Bild 87
Zeigerdiagramm für die Reihenschaltung reiner Blindwerte; $X_L > X_C$ (a) und $X_L < X_C$ (b)

induktive Blindwiderstand. Die Reihenschaltung wirkt also wie eine Induktivität, so daß der Gesamtwiderstand

$$R_L = X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}$$

ist. Hierbei muß

$$\omega L > \frac{1}{\omega C}$$

sein. Der Phasenwinkel ist induktiv, also $+ 90°$.

Bei der Darstellung in Bild 87b überwiegt der kapazitive Widerstand. Die Reihenschaltung wirkt also wie eine Kapazität, so daß der Gesamtwiderstand

$$R_C = X_C - X_L = \frac{1}{\omega C} - \omega L$$

ist. Hierbei muß

$$\omega L < \frac{1}{\omega C}$$

ein. Der Phasenwinkel ist kapazitiv, also $- 90°$.

Diese LC-Reihenschaltung kann durch eine dem Wert von R_L oder R_C entsprechende Induktivität oder Kapazität ersetzt werden.

Beispiel 102:

Gegeben ist die Reihenschaltung einer Induktivität L mit mehreren Kapazitäten gemäß Bild 88. Wie groß ist der Gesamtwiderstand, und durch welches Bauelement kann er ersetzt werden?

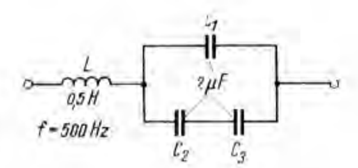


Bild 88 Schaltung zum Beispiel 102

Die Gesamtkapazität ist:

$$C = \frac{C_2 \cdot C_3}{C_2 + C_3} + C_1 = \frac{2 \cdot 2}{2 + 2} + 2 = \frac{4}{4} + 2 = 3\,\mu F$$

$$\omega L = 2\pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 500 \cdot 0{,}5$$

$$\omega L = 6{,}28 \cdot 250 = 1\,570\ \Omega$$

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 500 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}$$

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{3{,}14 \cdot 3\,000} = \frac{10^6}{9\,420} = 106\ \Omega$$

Da $\omega L > \frac{1}{\omega C}$ ist, wird die Schaltung wie eine Induktivität wirken, deren Blindwiderstand sich ergibt zu:

$$R_L = \omega L - \frac{1}{\omega C} = 1\,570 - 106 = 1\,464\ \Omega$$

$$R_L = \omega L, \qquad L = \frac{R_L}{\omega} = \frac{R_L}{2\pi \cdot f}$$

$$L = \frac{1\,464}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 500} = \frac{1{,}464}{3{,}14} = 0{,}467\ H$$

Beispiel 103:

In Bild 89 wird eine Reihenschaltung aus Induktivitäten und Kapazitäten mit ihren Werten angegeben. Wie groß ist der Gesamtwiderstand, und durch welche Bauelemente kann er ersetzt werden?

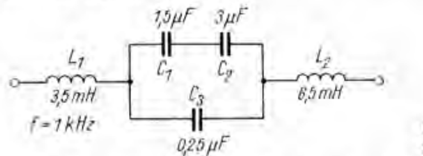


Bild 89
Schaltung zum Beispiel 103

Die Reihenschaltung der Spulen ergibt:

$$L = L_1 + L_2 = 3{,}5 + 6{,}5 = 10 \text{ mH}$$

Die Gesamtkapazität beträgt:

$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} + C_3 = \frac{1{,}5 \cdot 3}{1{,}5 + 3} + 0{,}25$$

$$C = \frac{4{,}5}{4{,}5} + 0{,}25 = 1{,}25 \, \mu\text{F}$$

$$\omega L = 2\pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-3}$$

$$\omega L = 6{,}28 \cdot 10 = 62{,}8 \, \Omega$$

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 10^3 \cdot 1{,}25 \cdot 10^{-6}}$$

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{10^3}{6{,}28 \cdot 1{,}25} = \frac{10^3}{7{,}85} = 127{,}5 \, \Omega$$

Da $\omega L < \frac{1}{\omega C}$ ist, wird die Schaltung wie eine Kapazität wirken, deren Blindwiderstand sich ergibt zu:

$$R_C = \frac{1}{\omega C} - \omega L = 127{,}5 - 62{,}8 = 64{,}7 \, \Omega$$

$$R_C = \frac{1}{\omega C}, \quad C = \frac{1}{\omega \cdot R_C} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot R_C}$$

$$C = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 10^3 \cdot 64{,}7} = \frac{1}{0{,}628 \cdot 0{,}647} \cdot 10^{-6}$$

$$C = \frac{1}{0{,}405} \cdot 10^{-6} = 2{,}47 \, \mu\text{F}$$

4.4 Reihenschaltung von R, L und C

Da sowohl die Spule als auch der Kondensator praktisch einen Verlustwiderstand besitzen, tritt in der Praxis bei der Reihenschaltung der Blindwiderstände auch ein Ohmscher Widerstand

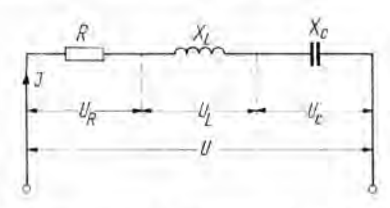


Bild 90
Reihenschaltung von Widerstand, Spule und Kondensator

auf. Bild 90 zeigt die Reihenschaltung von R, L und C. Über den Teilwiderständen fallen die entsprechenden Teilspannungen ab, die sich zur Gesamtspannung zusammensetzen. Das Zeigerdiagramm der Spannungen wird in Bild 91 wiedergegeben.

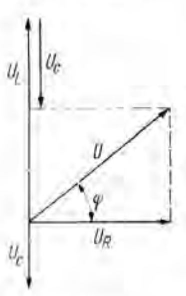


Bild 91
Zeigerdiagramm der Spannungen für eine Reihenschaltung von R, L und C

Hierbei überwiegt die induktive Blindspannung, so daß auch der Phasenwinkel φ induktiv ist. Überwiegt die kapazitive Blindspannung, so wird der Phasenwinkel kapazitiv.
Der Scheinwiderstand Z der Reihenschaltung von R, L und C ist

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} =$$

$$= \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad .$$

Für die Berechnung der Phasenverschiebung gilt

$$\tan \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = \frac{X_L - X_C}{R}.$$

Selbstverständlich kann man auch für die Widerstände ein Zeigerdiagramm aufstellen. Bild 92 zeigt das Diagramm für die

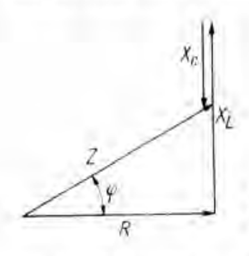


Bild 92
Zeigerdiagramm der Widerstände für eine Reihenschaltung von R, L und C

Reihenschaltung von R, L und C. Waagerecht liegt der Zeiger des Wirkwiderstandes R. Senkrecht dazu nach oben (+ 90°) der Zeiger des induktiven Blindwiderstandes X_L. In entgegengesetzter Richtung zu X_L wird der kapazitive Blindwiderstand X_C aufgetragen. Die verbleibende restliche Zeigerlänge stellt den noch wirksamen Blindwiderstand X dar.

$$X = X_L - X_C$$

Je nach seiner Richtung ist er induktiv oder kapazitiv. Die Verbindung der freien Zeigerenden von X und R ergibt den Scheinwiderstand Z der Schaltung und den Phasenwinkel φ.

Beispiel 104:

Eine Reihenschaltung von R = 300 Ω, L = 0,5 H und C = 8 µF liegt an einer Spannung U = 150 V mit der Frequenz f = 100 Hz.

a) Wie groß ist der Scheinwiderstand Z der Reihenschaltung?
b) Wie groß ist der Strom I durch die Reihenschaltung?
c) Wie groß sind die Teilspannungen über R, X_L und X_C?
d) Wieviel beträgt der Winkel φ der Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung?
e) Wie sieht das Zeigerdiagramm der Widerstände aus?

a) $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

$X_L = 2\pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 100 \cdot 0{,}5 = 314\ \Omega$

$X_C = \dfrac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} = \dfrac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 100 \cdot 8 \cdot 10^{-6}} =$

$= \dfrac{10^4}{52} \approx 200\ \Omega$

$Z = \sqrt{300^2 + (314 - 200)^2} = \sqrt{90\,000 + 13\,000}$

$Z = \sqrt{103\,000} = 321\ \Omega$

b) $I = \dfrac{U}{Z} = \dfrac{150}{321} = 0{,}467\ A$

c) $U_R = I \cdot R = 0{,}467 \cdot 300 = 140{,}1\ V$

$U_L = I \cdot X_L = 0{,}467 \cdot 314 = 147\ V$

$U_C = I \cdot X_C = 0{,}467 \cdot 200 = 93{,}4\ V$

d) $\tan \varphi = \dfrac{X_L - X_C}{R} = \dfrac{314 - 200}{300}$

$\tan \varphi = \dfrac{114}{300} = 0{,}381$

$\varphi = 20{,}8°$

e) Siehe Bild 93

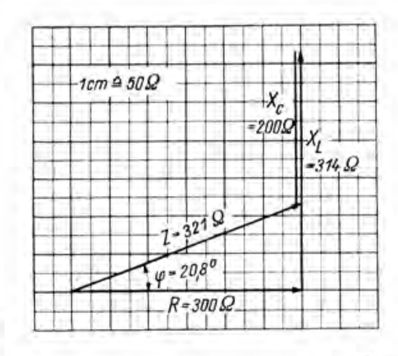


Bild 93
Zeigerdiagramm für Beispiel 104

Bei der Reihenschaltung einer Induktivität L und einer Kapazität C gibt es einen Sonderfall. Dieser Sonderfall tritt ein, wenn

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \quad \text{oder} \quad X_L = X_C$$

ist. Dabei gilt

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2} = R$$

und $$\tan \varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{0}{R} = 0.$$

Demnach ist $\varphi = 0°$.

Eine solche Reihenschaltung wirkt also wie ein Wirkwiderstand, da keine Phasenverschiebung auftritt. Man nennt diesen Sonderfall Resonanz. Die Reihenschaltung nennt man *Reihenresonanz* oder *Spannungsresonanz*. Wie bereits bei der Behandlung der Blindwiderstände gezeigt wurde (Bild 74 und 76), nimmt der induktive Blindwiderstand mit steigender Frequenz zu, dagegen der kapazitive Blindwiderstand ab. Zeichnet man den Verlauf beider Blindwiderstände in ein Diagramm, so wie es in Bild 94 dargestellt ist, dann schneiden sich beide in einem Punkt, dem *Resonanzpunkt*. Diesen bezeichnet man auf der

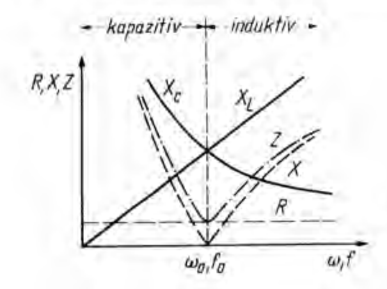


Bild 94
Frequenzabhängigkeit des Scheinwiderstandes Z eines Reihenresonanzkreises

Frequenzachse als *Resonanzkreisfrequenz* ω_0 oder als *Resonanzfrequenz* f_0. Den Resonanzpunkt kann man erreichen, wenn man entweder die Frequenz oder die Größe eines der beiden Blindwiderstände variiert. Aus der Beziehung

$$X_L = X_C$$

läßt sich die Resonanzfrequenz für feststehende Werte von L und C bestimmen.

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{L \cdot C}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}} = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

f in Hz, L in H und C in F.
Diese Formel ist bekannt als die Thomsonsche Schwingungsformel.
Der Strom I durch die Reihenschaltung, den nur der Wirkwiderstand bestimmt, wird bei Resonanz groß.

$$I_0 = \frac{U}{R}$$

Die Blindspannungen können beträchtliche Werte erreichen, da

$$U_L = I_0 \cdot X_L \quad \text{und} \quad U_C = I_0 \cdot X_C$$

ist. Die Gesamtblindspannung beträgt allerdings null Volt, da beide Spannungen entgegengesetzt gerichtet sind. Aus Bild 94 ist ebenfalls der Verlauf des Scheinwiderstandes Z und des Gesamtblindwiderstandes X ersichtlich. Bei der Resonanzfrequenz f_0 zeigen beide Kurven ein Minimum.

Beispiel 105:
Eine Reihenschaltung besteht aus einem Wirkwiderstand $R = 4\ \Omega$, einem induktiven Blindwiderstand $X_L = 150\ \Omega$ und einem kapazitiven Blindwiderstand $X_C = 150\ \Omega$. An der Reihenschaltung liegt eine konstante Spannung $U = 24$ V. Wie groß ist die Blindspannung?

$$I_0 = \frac{U}{R} = \frac{24}{4} = 6\ \text{A}$$

$$U_L = U_C = I_0 \cdot X_L = I_0 \cdot X_C = 6 \cdot 150 = 900\ \text{V}$$

Die bei Resonanz auftretende Blindspannung ist also das 37,5fache der an der Reihenschaltung liegenden Spannung.
Wie die Spulen- oder die Kondensatorgüte kann man auch die Kreisgüte für die Reihenschaltung berechnen. LC-Schaltungen bezeichnet man allgemein als *Schwingkreise*, bei der Reihenschaltung speziell *Reihenschwingkreis* oder *Serienschwingkreis*. Die Kreisgüte errechnet sich mit

$$\rho = \frac{\omega_0 \cdot L}{R} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Da

$$R = \frac{U}{I_0}$$

ist, wird

$$\rho = \frac{I_0 \cdot \omega_0 \cdot L}{U}.$$

Weil

$$I_0 \cdot \omega_0 \cdot L = U_L$$

ergibt, kann man auch schreiben

$$\rho = \frac{U_L}{U} \quad \text{bzw.} \quad \rho = \frac{U_C}{U};$$

$$U_L = U_C = \rho \cdot U.$$

Im Resonanzfall wird also die Blindspannung um den Faktor der Kreisgüte größer als die anliegende Klemmenspannung. Daher die Bezeichnung *Spannungsresonanz* beim Reihenschwingkreis. Bild 95 zeigt den Stromverlauf eines Reihenschwingkreises. Eine solche Kurve bezeichnet man als *Resonanzkurve*. Die Resonanzeigenschaften eines Schwingkreises nutzt man vor allem in der Hochfrequenztechnik aus, um eine Wechselspannung bestimmter Frequenz auszusieben. Bekannt

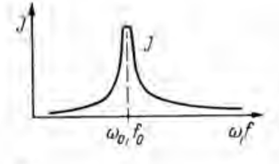


Bild 95
Frequenzabhängigkeit des Stromes I eines Reihenresonanzkreises

ist z. B. die Abstimmung eines Rundfunkempfängers auf eine bestimmte Resonanzfrequenz.
In der Praxis wendet man meist die Parallelresonanz an, über die bei der Parallelschaltung der Wechselstromwiderstände noch zu sprechen sein wird. Ausführlich werden die Resonanz und die Schwingkreise in den Grundlagen der Funktechnik behandelt.

Beispiel 106:

Gegeben ist die Reihenschaltung von einer Spule mit der Induktivität $L = 0{,}2$ mH, einem Kondensator mit der Kapazität $C = 500$ pF und einem Widerstand $R = 8\ \Omega$. Diese Reihenschaltung liegt an einer konstanten Spannung $U = 4$ V. Wie groß sind die Resonanzfrequenz f_0, der Resonanzstrom I_0 und die maximal auftretende Blindspannung U_L bzw. U_C?

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{6{,}28\sqrt{0{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot 500 \cdot 10^{-12}}}$$

$$f_0 = \frac{1}{6{,}28\ \sqrt{10 \cdot 10^{-14}}} = \frac{10^7}{6{,}28 \cdot 3{,}16} = \frac{10^7}{19{,}8}$$

$$f_0 = 505\,000 \text{ Hz} = 505 \text{ kHz}$$

$$I_0 = \frac{U}{R} = \frac{4}{8} = 0{,}5 \text{ A}$$

$$X_L = X_C = I_0 \cdot \omega_0 \cdot L =$$
$$= 0{,}5 \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 505 \cdot 10^3 \cdot 0{,}2 \cdot 10^{-3}$$
$$X_L = 0{,}628 \cdot 505 = 317\ \Omega$$
$$U_L = U_C = I_0 \cdot X_L = 0{,}5 \cdot 317 = 158{,}5 \text{ V}$$

Die Blindspannung ist also etwa 20mal größer als die am Reihenschwingkreis liegende Spannung!

4.5 Parallelschaltung von R und L

Bei der Reihenschaltung von Widerständen war der Strom durch alle Widerstände gleich groß, und die anliegende Spannung wurde in die Teilspannungen aufgeteilt. Man kennt daher auch für die Reihenschaltung von Widerständen an einer Span-

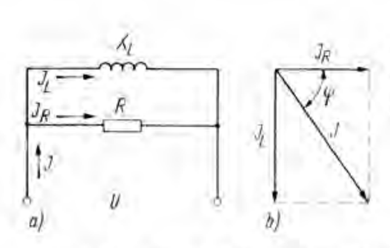


Bild 96
Parallelschaltung von Spule und Widerstand (a) und Zeigerdiagramm der Ströme (b)

nung den Begriff *Spannungsteiler* (2. Kirchhoffsches Gesetz). Liegt dagegen eine Parallelschaltung von Widerständen vor, so ist die Spannung an den Widerständen gleich. Der im Stromkreis fließende Strom teilt sich hierbei durch die Widerstände in einzelne Teilströme auf. Sinngemäß bezeichnet man deshalb auch die Parallelschaltung von Widerständen an einer Spannung als *Stromteiler* (1. Kirchhoffsches Gesetz). Bild 96a zeigt die Parallelschaltung eines induktiven Blindwiderstandes und eines Wirkwiderstandes. Das Zeigerdiagramm der entsprechenden Ströme wird in Bild 96b dargestellt. Es ist

$$I^2 = I_R^2 + I_L^2.$$

Für die einzelnen Ströme kann man schreiben

$$I = \frac{U}{Z}, \qquad I_R = \frac{U}{R}, \qquad I_L = \frac{U}{X_L}.$$

Setzt man das in die obige Gleichung ein, dann ergibt sich

$$\frac{U^2}{Z^2} = \frac{U^2}{R^2} + \frac{U^2}{X_L^2};$$

$$\frac{1}{Z^2} = \frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2}.$$

Diese Formel entspricht in ihrem Aufbau der im Teil Gleichstromtechnik gezeigten Formel für zwei parallelgeschaltete Widerstände. Der Scheinwiderstand errechnet sich deshalb

$$Z = \frac{\sqrt{R^2 \cdot X_L^2}}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{R \cdot X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} =$$

$$= \frac{R \cdot \omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}.$$

Den Winkel der Phasenverschiebung erhält man zu

$$\tan \varphi = \frac{R}{X_L} = \frac{R}{\omega L}.$$

Bei der Parallelschaltung ist es manchmal vorteilhaft, mit den Leitwerten zu rechnen. Die Leitwerte braucht man bei der Parallelschaltung nur zu addieren. Setzt man für

$$Y = \frac{1}{Z}, \quad B_L = \frac{1}{X_L}, \quad G = \frac{1}{R},$$

so ist

$$Y = \sqrt{G^2 + B_L^2} \text{ und } \tan \varphi = \frac{B_L}{G}.$$

Bild 97 zeigt das entsprechende Zeigerdiagramm für die Leitwerte. Da der Strom der Spannung nacheilt, sind die Diagramme für die Parallelschaltung entgegengesetzt der Reihenschaltung aufgebaut.

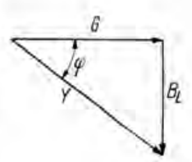


Bild 97
Zeigerdiagramm der Leitwerte einer Parallelschaltung von L und R

Beispiel 107:

Eine Spule mit der Induktivität L = 0,1 H und ein Widerstand R = 50 Ω sind parallelgeschaltet. Wie groß sind X_L, Z, G, B_L, Y bei f = 50 Hz?

$$X_L = \omega L = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 \cdot 0{,}1 = 31{,}4\ \Omega$$

$$Z = \frac{R \cdot X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{50 \cdot 31{,}4}{\sqrt{50^2 + 31{,}4^2}}$$

$$Z = \frac{1\,570}{\sqrt{2\,500 + 9\,850}} = \frac{1\,570}{\sqrt{3\,485}}$$

$$Z = \frac{1\,570}{58{,}9} = 26{,}7\ \Omega$$

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{50} = 0{,}02\ \text{S}$$

$$B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{31{,}4} = 0{,}0318\ \mathrm{S}$$

$$Y = \sqrt{G^2 + B_L^2} = \sqrt{0{,}02^2 + 0{,}0318^2}$$

$$Y = \sqrt{0{,}0004 + 0{,}00101} = \sqrt{0{,}00141}$$

$$Y = 0{,}0375\ \mathrm{S}$$

Probe: $$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{0{,}0375} = 26{,}7\ \Omega$$

Beispiel 108:

Wie groß sind die einzelnen Ströme im letzten Beispiel, wenn die Parallelschaltung an einer Spannung $U = 150\ \mathrm{V}$ liegt? Welche Phasenverschiebung stellt sich zwischen Spannung und Strom ein?

$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{150}{50} = 3\ \mathrm{A}$$

$$I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{150}{31{,}4} = 4{,}78\ \mathrm{A}$$

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} = \sqrt{3^2 + 4{,}78^2}$$

$$I = \sqrt{9 + 22{,}8} = \sqrt{31{,}8} = 5{,}64\ \mathrm{A}$$

$$\tan\varphi = \frac{R}{X_L} = \frac{50}{31{,}4} = 1{,}592$$

$$\varphi = 57{,}9^\circ$$

4.6 Parallelschaltung von R und C

Wird einem Widerstand ein Kondensator parallelgeschaltet, so ist

$$B_C = \frac{1}{X_C} \quad \text{und} \quad X_C = \frac{1}{\omega C}\,.$$

In der Leitwertdarstellung:

$$Y = \sqrt{G^2 + B_C^2}\,.$$

In der Widerstanddarstellung:

$$Z = \frac{R \cdot X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} = \frac{R \cdot \frac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}}\,;$$

$$Z = \frac{R}{\sqrt{1 + \omega^2 \cdot R^2 \cdot C^2}}.$$

Für den Phasenwinkel erhält man

$$\tan \varphi = \frac{B_C}{G} = R \cdot \omega C.$$

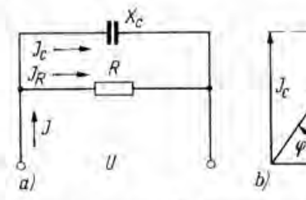


Bild 98
Parallelschaltung von Kondensator und Widerstand (a) und Zeigerdiagramm der Ströme (b)

Bild 98a zeigt die Parallelschaltung eines Widerstandes R und eines Kondensators C, Bild 98b die dazugehörige Zeigerdarstellung der Ströme. Die entsprechende Zeigerdarstellung der Leitwerte gibt Bild 99 wieder.

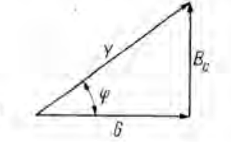


Bild 99
Zeigerdiagramm der Leitwerte einer Parallelschaltung von C und R

Beispiel 109:

Gegeben ist eine Parallelschaltung nach Bild 98a an einer Spannung U = 220 V mit der Frequenz f = 50 Hz. Der Widerstand hat einen Wert R = 200 Ω. Die Stromaufnahme beträgt 3 A. Wie groß ist der Kondensator C?

$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{220}{200} = 1{,}1 \text{ A}$$

$$I^2 = I_R^2 + I_C^2$$

$$I_C^2 = I^2 - I_R^2$$

$$I_C = \sqrt{I^2 - I_R^2} = \sqrt{3^2 - 1{,}1^2}$$

$$I_C = \sqrt{9 - 1{,}21} = \sqrt{7{,}79} = 2{,}785 \text{ A}$$

$$I_C = \frac{U}{X_C} = U \cdot \omega \cdot C$$

$$C = \frac{I_C}{\omega \cdot U} = \frac{2{,}785}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 \cdot 220}$$

$$C = \frac{2{,}785}{314 \cdot 220} = \frac{2{,}785}{69\,000} = \frac{2\,785}{69} \cdot 10^{-6}$$

$$C = 40{,}4\,\mu F$$

4.7 Parallelschaltung von L und C

In Bild 100a sind eine verlustfreie Spule und ein verlustfreier Kondensator parallelgeschaltet. Da beide Größen Blindwerte sind, wird auch die Gesamtschaltung einen Blindwert darstellen. Die Ströme I_L und I_C haben einen Phasenunterschied von 180°, so daß

$$I = I_L - I_C \quad \text{bzw.} \quad I = I_C - I_L$$

wird. Da beide Blindwiderstände an derselben Spannung liegen, ist auch

$$\frac{1}{X} = \frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}.$$

Der Gesamtblindwiderstand wird damit

$$X = \frac{X_L \cdot X_C}{X_L - X_C};$$

$$X = \frac{\omega L \cdot \frac{1}{\omega C}}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} = \frac{\frac{L}{C}}{\omega L - \frac{1}{\omega C}}.$$

Erweitert man Zähler und Nenner mit ωC, so ist

$$X = \frac{\omega L}{1 - \omega^2 LC};$$

X wird rein induktiv, wenn $\omega^2 LC < 1$ ist.
X wird rein kapazitiv, wenn $\omega^2 LC > 1$ ist.

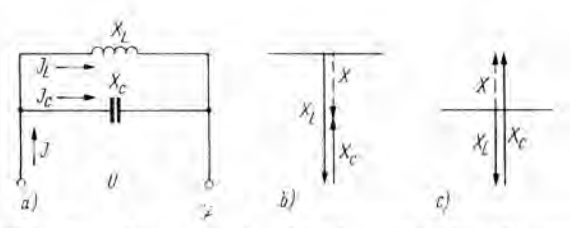


Bild 100 Parallelschaltung von Spule und Kondensator (a); Zeigerdiagramm der Blindwiderstände für $X_L > X_C$ (b) und $X_L < X_C$ (c)

Die entsprechenden Zeigerdarstellungen werden in den Bildern 100b und 100c erläutert. Der Winkel φ ist $+ 90°$ oder $- 90°$. Wie man aus den Zeigerdarstellungen erkennt, kann man einen Blindwert durch den entgegengesetzten Blindwert kompensieren. Als Anwendungsbeispiel wurden schon die Phasenschieberkondensatoren genannt, die den nacheilenden Netzstrom der Motoren kompensieren. Dadurch verbessert sich der Leistungsfaktor $\cos \varphi$. Ein Sonderfall tritt ein, wenn X_L gleich X_C ist. Man bezeichnet diesen Fall als *Parallelresonanz* oder *Stromresonanz*. Im nächsten Abschnitt wird diese Parallelresonanz näher erklärt.

4.8 Parallelschaltung von R, L und C

Schaltet man mehrere Bauelemente parallel — Bild 101a zeigt eine Parallelschaltung von Widerstand, Spule und Kondensator —, so ist das Rechnen mit den Leitwerten dem Rechnen mit

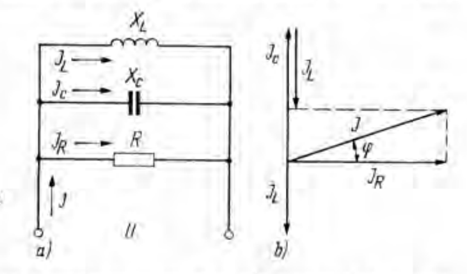


Bild 101 Parallelschaltung von Spule, Kondensator und Widerstand (a), und Zeigerdiagramm der Ströme (b)

den Widerstandswerten vorzuziehen. Bei der Parallelschaltung werden die Leitwerte bekanntlich addiert. Für die einzelnen Leitwerte gilt

$$G = \frac{1}{R}, \quad B_L = \frac{1}{X_L}, \quad B_C = \frac{1}{X_C};$$

$$Y = \frac{1}{Z} = \sqrt{G^2 + (B_C - B_L)^2}.$$

Den Scheinleitwert Y bezeichnet man auch als *Admittanz*, den Blindleitwert B als *Suszeptanz*.
Setzt man in die Formel für den Scheinleitwert Y die Werte ein, so ist

$$Y = \sqrt{\frac{1}{R^2} + (\omega C - \frac{1}{\omega L})^2}.$$

Für die Phasenverschiebung zwischen Gesamtstrom und Spannung gilt

$$\tan\varphi = \frac{\omega C - \frac{1}{\omega L}}{\frac{1}{R}} = R\,(\omega C - \frac{1}{\omega L}).$$

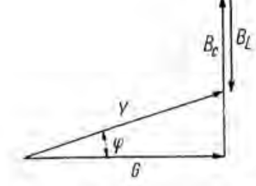


Bild 102
Zeigerdiagramm der Leitwerte einer Parallelschaltung von L, C und R

Bild 101 b zeigt die Zeigerdarstellung der Ströme, Bild 102 die der Leitwerte. Für die Ströme gilt

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2};$$

$$I = \frac{U}{Z}, \quad I_R = \frac{U}{R},$$

$$I_C = \frac{U}{X_C}, \quad I_L = \frac{U}{X_L}.$$

Beispiel 110:

Gegeben ist eine Parallelschaltung nach Bild 101 a. Die Werte sind $R = 100\ \Omega$, $X_L = 75\ \Omega$ und $X_C = 150\ \Omega$. Diese Widerstände liegen an einer Wechselspannung $U = 220$ V.

a) Wie groß sind die einzelnen Ströme, und welchen Wert erreicht der Gesamtstrom?

b) Welchen Scheinwiderstand Z besitzt diese Schaltung?

a) $I_R = \frac{U}{R} = \frac{220}{100} = 2{,}2\ A$

$I_C = \frac{U}{X_C} = \frac{220}{150} = 1{,}47\ A$

$I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{220}{75} = 2{,}94\ A$

$I = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2} = \sqrt{2{,}2^2 + (1{,}47 - 2{,}94)^2}$

$I = \sqrt{2{,}2^2 + 1{,}47^2} = \sqrt{4{,}84 + 2{,}16} =$

$= \sqrt{7} = 2{,}65\ A$

b) $G = \frac{1}{R} = \frac{1}{100} = 0{,}01\ S$

$B_C = \frac{1}{X_C} = \frac{1}{150} = 0{,}0067\ S$

$B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{75} = 0{,}0134\ S$

$Y = \sqrt{G^2 + (B_C - B_L)^2} =$

$= \sqrt{0{,}01^2 + (0{,}0067 - 0{,}0134)^2}$

$Y = \sqrt{0{,}01^2 + 0{,}0067^2} = \sqrt{0{,}0001 + 0{,}000045}$

$Y = \sqrt{0{,}000145} = 0{,}01\sqrt{1{,}45} = 0{,}01 \cdot 1{,}21$

$Y = 0{,}0121\ S$

$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{0{,}0121} = 83\ \Omega$

Probe: $I = \frac{U}{Z} = \frac{220}{83} = 2{,}65\ A$

Wenn bei einer Parallelschaltung von Spule, Kapazität und Widerstand der induktive Blindwiderstand und der kapazitive Blindwiderstand gleiche Werte haben, so ist wieder Resonanz vorhanden. Im Gegensatz zur Reihenschaltung spricht man bei der Parallelschaltung von einer *Stromresonanz* oder *Parallel-*

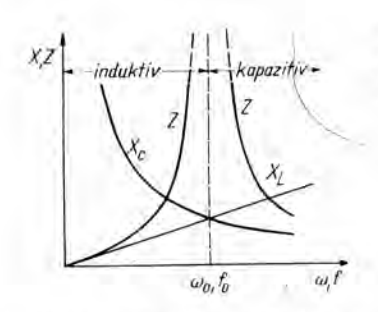


Bild 103
Frequenzabhängigkeit des Scheinwiderstandes Z eines Parallelresonanzkreises

resonanz. Bild 103 zeigt die Widerstandsverhältnisse bei der Parallelresonanz in Abhängigkeit von der Frequenz. Bei der Resonanzfrequenz f_0 hat die Parallelschaltung von verlustfreien Bauteilen einen unendlich hohen Widerstand. Unterhalb der Resonanzfrequenz wirkt die Schaltung induktiv, oberhalb wirkt sie kapazitiv; also genau umgekehrt wie beim Reihenschwingkreis. Den Verlauf der Spannungskurve beim

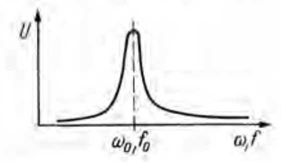


Bild 104
Frequenzabhängigkeit der Spannung U eines Parallelschwingkreises

Parallelschwingkreis in Abhängigkeit von der Frequenz zeigt Bild 104. Im Resonanzfall tritt ein Maximum der Spannung auf. Wie bei der Reihenschaltung errechnet sich die Resonanzfrequenz des Parallelschwingkreises aus der Beziehung

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}.$$

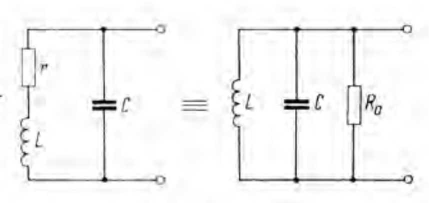
Es ist

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}};$$

f_0 = Resonanzfrequenz in Hz, L = Induktivität in H, C = Kapazität in F.

Für die Praxis genügt die vereinfachte Thomsonsche Schwingungsformel vollauf. Soll ausnahmsweise der Verlustwider-

Bild 105
Zur Umwandlung eines Verlustwiderstandes r der Spule in einen Verlustwiderstand R_0 des Parallelschwingkreises



stand der Spule, der mit dieser in Reihe liegt, berücksichtigt werden, so muß man die erweiterte Formel benutzen:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{L} \sqrt{\frac{L}{C} - r^2};$$

r = Verlustwiderstand der Spule in Ω.
Der niedrige Verlustwiderstand der Spule kann in einen hohen Parallelwiderstand zum Schwingkreis umgerechnet werden (Bild 105). Die Formel dafür lautet

$$R_0 = \frac{L}{r \cdot C};$$

R_0 ist dann der Verlustwiderstand des Schwingkreises. Der geringe Verlustwiderstand des Kondensators kann vernachlässigt werden. Wie man aber aus der Formel erkennt, wird der Verlustwiderstand auch von den Größen L und C bestimmt. Beim Parallelschwingkreis bezeichnet man den Verlustwiderstand R_0 meist als *Kreiswiderstand*.
Beim Reihenschwingungskreis trat eine Spannungsüberhöhung auf, da die Blindspannungen größer als die anliegende Spannung werden konnten. Dagegen gilt im Parallelschwingkreis das gleiche für die Ströme. Die Blindströme können wesentlich größer werden als der in dem Schwingkreis fließende Strom. Bestimmt wird die Stromüberhöhung durch den Verlustfaktor bzw. die Güte des Parallelschwingkreises.

$$I_C = I_L = \frac{1}{d} \cdot I = \rho \cdot I$$

Für den Verlustfaktor gilt

$$d = \frac{1}{\rho}.$$

Die Kreisgüte ist

$$\rho = \frac{R_0}{\omega_0 \cdot L} = \omega_0 \cdot R_0 \cdot C = R_0 \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot$$

Der Parallelschwingkreis wird vor allem in der HF-Technik benutzt. Eingehend behandelt wird er in den Grundlagen der Funktechnik.

Beispiel 111:

Für einen Parallelschwingkreis sind $L = 0{,}5$ H, $C = 500$ pF, $R_0 = 1$ MΩ, $f = 10$ kHz und $U = 100$ V gegeben.

Wie groß ist im Resonanzfall a) der Verlustwiderstand r der Spule, b) der vom Schwingkreis aufgenommene Strom, c) der Blindstrom I_C bzw. I_L?

$$\text{a)} \quad r = \frac{L}{R_0 \cdot C} = \frac{0{,}5}{10^6 \cdot 500 \cdot 10^{-12}} =$$

$$= \frac{0{,}5}{500 \cdot 16^{-6}} = \frac{500 \cdot 10^3}{500}$$

$$r = 10^3\ \Omega = 1\ \text{k}\Omega$$

$$\text{b)} \quad I = \frac{U}{R_0} = \frac{100}{10^6} = 10^{-4}\ \text{A} = 0{,}1\ \text{mA} = 100\ \mu\text{A}$$

$$\text{c)} \quad I_C = \frac{U}{X_C} \qquad I_L = \frac{U}{X_L}$$

$$X_L = \omega L = 2\pi \cdot f \cdot L = 6{,}28 \cdot 10^4 \cdot 0{,}5 = 3{,}14 \cdot 10^4$$
$$X_L \approx 31{,}4\ \text{k}\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{6{,}28 \cdot 10^4 \cdot 500 \cdot 10^{-12}}$$

$$X_C = \frac{10^4}{3{,}14} \approx 31{,}4\ \text{k}\Omega$$

$$I_L = I_C = \frac{100}{31{,}4 \cdot 10^3} \approx 3{,}14 \cdot 10^{-3}\ \text{A} \approx 3{,}14\ \text{mA}$$

Die Blindströme sind also um den Faktor 31,4 größer als der vom Schwingkreis aufgenommene Strom. Demnach muß die Kreisgüte den Wert 31,4 aufweisen.

$$\rho = \omega_0 \cdot R_0 \cdot C = 6{,}28 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 500 \cdot 10^{-12}$$
$$\rho = 6{,}28 \cdot 5 = 31{,}4$$

5. DER TRANSFORMATOR

In der elektrotechnischen Praxis benutzt man Transformatoren, um eine Wechselspannung in eine andere Wechselspannung gleicher Frequenz umzuspannen. Das heißt, man kann eine kleinere Wechselspannung in eine größere umwandeln und umgekehrt. Spricht man in der Starkstromtechnik vom Transformator bzw. Umspanner, so bezeichnet man in der Meßtechnik den Transformator meist als Wandler und in der Nachrichtentechnik als Übertrager.

5.1 Aufbau des Transformators

Der Transformator besteht aus einem geschlossenen Eisenkern, auf dem isoliert voneinander Wicklungen angeordnet sind. Über den magnetischen Fluß werden die Wicklungen gekoppelt. Bild 106 zeigt den Prinzipaufbau des Transformators. Auf dem Eisenkern befinden sich die beiden Wicklungen N_1 und N_2. Allgemein bezeichnet man mit N_1 die Primärwicklung und mit N_2 die Sekundärwicklung. Der Primärwicklung wird elektrische Energie zugeführt, der Sekundärwicklung elektrische Energie entnommen.

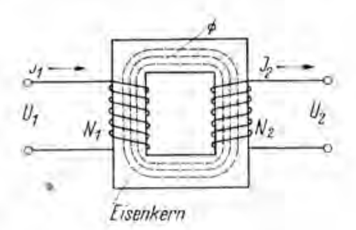


Bild 106
Prinzipaufbau des Transformators

Damit die Wirbelstromverluste im Eisenkern des Transformators vermindert werden, besteht der Eisenkern aus dünnen, voneinander isolierten Blechen, sogenanntem Dynamoblech. Damit der magnetische Widerstand des Eisenweges klein wird, werden alle Leistungstransformatoren so aufgebaut, daß im Eisenkern kein Luftspalt vorhanden ist. Die Transformatoren-

bleche werden also wechselseitig geschichtet. Fließt allerdings durch die Wicklungen neben dem Wechselstrom auch ein Gleichstrom, dann erhält der einseitig geschichtete Eisenkern einen Luftspalt im Eisenweg. Dadurch wird die Gleichstromvormagnetisierung vermindert, von der sehr stark die Permeabilität und damit die Wicklungsinduktivität abhängt.

Die Größen und Formen der Transformatorenbleche sind genormt. Verwendet werden M-Schnitte, E/I-Schnitte und U/I-Schnitte. Als Kernmaterial für Leistungstransformatoren nimmt man meist Dynamoblech IV. Übertrager in der Nachrichtentechnik, die hauptsächlich mit kleiner Aussteuerung arbeiten, werden mit hochpermeablen Eisenkernen ausgeführt, z. B. Mu-Metall, Permalloy oder Permenorm.

5.2 Die Übersetzungsverhältnisse

Legt man die Primärwicklung eines unbelasteten Transformators an eine Wechselspannung, so wird in der Sekundärspule ebenfalls eine Wechselspannung von gleicher Frequenz induziert. Dabei gilt

$$U_1 : U_2 = N_1 : N_2,$$

das heißt, die Leerlaufspannungen verhalten sich wie die Windungszahlen. An vielen Windungen entsteht eine hohe Spannung, an weniger Windungen eine niedrigere Spannung.

Bezeichnet man die höhere Windungszahl mit N_1 und die niedrigere Windungszahl mit N_2, so ist

$$ü = \frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2}$$

das Übersetzungsverhältnis des Transformators. Wird der Transformator belastet, also wird sekundärseitig elektrische Energie entnommen, so ergibt

$$I_1 \cdot N_1 = I_2 \cdot N_2;$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}.$$

Beim belasteten Transformator verhalten sich also die Stromstärken in den Wicklungen umgekehrt wie die Windungszahlen. Für

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{I_1}{I_2}$$

kann man auch
schreiben

$$U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot I_2 .$$

Die Primärleistung des Transformators ist demnach gleich der Sekundärleistung. Allerdings trifft das nur theoretisch zu, da beim Transformator auch Verluste auftreten.

Beispiel 112:

Ein Transformator hat primär 2 500 Windungen und sekundär 75 Windungen. Wie groß ist a) das Übersetzungsverhältnis, b) die Sekundärspannung, wenn an die Primärwicklung eine Wechselspannung $U_1 = 220$ V gelegt wird?

$$\text{a)}\ \ddot{u} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{2\,500}{75} = 33{,}3$$

$$\text{b)}\ U_2 = \frac{U_1}{\ddot{u}} = \frac{220}{33{,}3} = 6{,}6\ \text{V}$$

In der Nachrichtentechnik werden die Übertrager meist zur Anpassung zweier verschiedener Widerstände eingesetzt. Bildet man die Produkte aus Spannung und Strom, so ergibt sich

$$\frac{\frac{U_1}{I_1}}{\frac{U_2}{I_2}} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{N_1^2}{N_2^2} = \ddot{u}^2;$$

$$R_1 = \ddot{u}^2 \cdot R_2 .$$

Der mit dem Quadrat des Übersetzungsverhältnisses der Windungszahlen multiplizierte sekundäre Widerstand erscheint demnach als primärer Widerstand. In der Praxis ist das der Fall, wenn ein Generator (Innenwiderstand R_1) ein Maximum an Leistung an einen Verbraucher (Widerstand R_2) abgibt und zwischen beiden ein Übertrager geschaltet wird, der obiger Bedin-

gung entspricht. Ein solcher Fall ist z. B. die Anpassung der Schwingspule eines Lautsprechers an den Außenwiderstand der Verstärkerendröhre. Hat die Schwingspule einen Widerstand R_i und die Endröhre einen Außenwiderstand R_a, so muß der Anpassungsübertrager ein Übersetzungsverhältnis von

$$ü = \sqrt{\frac{R_a}{R_i}}$$

aufweisen.

Neben dem Übersetzungsverhältnis ü muß allerdings der Anpassungsübertrager noch anderen Anforderungen, in bezug auf die Bandbreite des übertragenen Frequenzbereiches, die Größe der übertragenen Leistung usw., genügen.

Beispiel 113:

An eine Endröhre EL 84 mit $R_a = 5{,}2\ \text{k}\Omega$ soll ein Lautsprecher mit dem Schwingspulenwiderstand $R_i = 5\ \Omega$ angeschlossen werden. Welches Übersetzungsverhältnis ü muß der notwendige Anpassungsübertrager besitzen?

$$ü = \sqrt{\frac{R_a}{R_i}} = \sqrt{\frac{5\,200}{5}} = \sqrt{1\,040}$$

$$ü = 32{,}2$$

5.3 Kennwerte eines Transformators

Bei der Berechnung eines Transformators, z. B. eines Netztransformators für einen Rundfunkempfänger, geht man von der sekundärseitig abgegebenen elektrischen Leistung aus. Unter Berücksichtigung der Verluste im Transformator erhält man die Leistung, für die der Eisenkernquerschnitt dimensioniert werden muß (Bild 107):

$$P_p = P_s \cdot 1{,}18\,;$$

P_p = Primärleistung in VA, P_s = Sekundärleistung in VA.

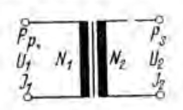


Bild 107
Angaben zur Berechnung eines Netztransformators

Die Größe des Eisenkernquerschnittes ergibt sich zu

$$Q_{Fe} \approx \sqrt{P_p} \;;$$

P_p = Primärleistung in VA, Q_{Fe} = Eisenkernquerschnitt in cm². In einer Tabelle der genormten Transformatoren-Kernpakete wird man sich eine passende Größe heraussuchen.
Nach dem Induktionsgesetz erhält man die primäre Windungszahl

$$N = \frac{U_1 \cdot 10^8}{4{,}44 \cdot f \cdot B \cdot Q_{Fe}} \;;$$

N = Windungszahl, U_1 = Primärspannung in V, f = Netzfrequenz in Hz, B = Induktion in G, Q_{Fe} = Eisenkernquerschnitt in cm².

Mit für die Praxis ausreichender Genauigkeit kann man folgende vereinfachte Formeln benutzen:

a) Für B = 10 000 G (Trafo bis 100 VA)

$$N_p = \frac{45 \cdot U_1}{Q_{Fe}} \;; \quad N_s = \frac{50 \cdot U_2}{Q_{Fe}} .$$

b) Für B = 12 000 G (Trafo über 100 VA)

$$N_p = \frac{38 \cdot U_1}{Q_{Fe}} \;; \quad N_s = \frac{42 \cdot U_2}{Q_{Fe}} .$$

Die erforderlichen Drahtstärken erhält man für eine Stromdichte von i = 2,55 A/mm² zu

$$d = 0{,}7\sqrt{I} \;;$$

d = Drahtdurchmesser in mm, I = Stromstärke in A.

Beispiel 114:

Ein Netztransformator für einen Rundfunkempfänger soll folgende Daten aufweisen:

primär:	220 V	(B = 10 000 G)
sekundär:	300 V	— 80 mA
	6,3 V	— 1,5 A
	6,3 V	— 3 A

Berechne die erforderlichen Daten des Transformators!

Primärleistung:

$$P_s = 300 \cdot 0{,}08 + 6{,}3 \cdot 1{,}5 + 6{,}3 \cdot 3$$
$$P_s \approx 24 + 9{,}5 + 19 \approx 52{,}5 \text{ VA}$$
$$P_p = 1{,}18 \cdot P_s = 1{,}18 \cdot 52{,}5 = 62 \text{ VA}$$

Nach einer Transformatorentabelle (siehe „Radiobastelbuch") wird ein Kern M 85/a gewählt, der maximal mit 70 VA belastet werden kann. Der Kernquerschnitt dafür ist $Q_{Fe} = 9{,}4 \text{ cm}^2$. Aus der Formel würde man

$$Q_{Fe} \approx \sqrt{P_p} \approx \sqrt{62} \approx 7{,}9 \text{ cm}^2$$

erhalten.

Gerechnet wird aber mit dem gewählten Kernquerschnitt von $Q_{Fe} = 9{,}4 \text{ cm}^2$.

Primärwindungszahl:

$$N_p = \frac{45 \cdot U_1}{Q_{Fe}} = \frac{45 \cdot 220}{9{,}4} \approx 1\,060 \text{ Wdg.}$$

Sekundärwindungszahlen:

$$N_{s1} = \frac{50 \cdot U_2}{Q_{Fe}} = \frac{50 \cdot 300}{9{,}4} \approx 1\,600 \text{ Wdg.}$$

$$N_{s2} = \frac{50 \cdot U_3}{Q_{Fe}} = \frac{50 \cdot 6{,}3}{9{,}4} \approx 33 \text{ Wdg.}$$

Drahtstärken:

$$I_p = \frac{P_p}{U_1} = \frac{62}{220} = 0{,}282 \text{ A}$$
$$d_1 = 0{,}7\sqrt{0{,}282} = 0{,}7 \cdot 0{,}53 = 0{,}38 \text{ mm}$$
$$d_2 = 0{,}7\sqrt{0{,}08} = 0{,}7 \cdot 0{,}28 = 0{,}2 \text{ mm}$$
$$d_3 = 0{,}7\sqrt{1{,}5} = 0{,}7 \cdot 1{,}23 = 0{,}85 \text{ mm}$$
$$d_4 = 0{,}7\sqrt{3} = 0{,}7 \cdot 1{,}73 = 1{,}2 \text{ mm}$$

Damit hat der geforderte Netztransformator folgende Wickeldaten:

Kernpaket:	M 85/a
primär:	1 060 Wdg.; 0,38 mm ∅ CuL
sekundär:	1 600 Wdg.; 0,20 mm ∅ CuL
	33 Wdg.; 0,85 mm ∅ CuL
	33 Wdg.; 1,20 mm ∅ CuL

Literaturangaben

1. Autorenkollektiv, Fachkunde für Funkmechaniker I, Verlag Volk und Wissen, Berlin 1953
2. W. Blatzheim, Fachkunde für Elektriker, B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1958
3. W. Goedecke, Lehrbuch der Elektrotechnik, Verlag Technik, Berlin 1952
4. J. Kammerloher, Elektrotechnik des Rundfunktechnikers I/II, Deutscher Funkverlag GmbH, Berlin 1950
5. K. Leucht, Die elektrischen Grundlagen der Radiotechnik, Franzis-Verlag, München 1960
6. H. Lindner, Elektro-Aufgaben I/II, Fachbuchverlag, Leipzig 1960
7. Moeller-Wolff, Grundlagen der Elektrotechnik, B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1952
8. Reth, Grundlagen der Elektrotechnik, Verlag Volk und Wissen, Berlin 1960
9. C. Rint, Handbuch für HF- und Elektro-Techniker I, Verlag für Radio-, Foto-Kinotechnik GmbH, Berlin 1952
10. H. Schönfeld, Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik, S. Hirzel-Verlag, Leipzig 1951
11. H. Teuchert, Grundlagen der Elektrotechnik I/II, Fachbuchverlag, Leipzig 1953
12. A. v. Weiss, Übersicht über die allgemeine Elektrotechnik, Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig K.-G., Leipzig 1953

Elektronisches Jahrbuch 1965

Herausgegeben von Karl-Heinz Schubert

Etwa 400 Seiten, mit Abbildungen, Halbleinen, etwa 7,80 DM
Erscheint im September

Neben einer Zusammenfassung der wichtigsten Ereignisse in der Nachrichtentechnik des vergangenen Jahres vermittelt dieses Jahrbuch einen Überblick über den letzten Stand auf allen funktechnischen Gebieten.
Zum Kollektiv der Mitarbeiter zählen Autoren wie Hagen Jakubaschk, Klaus Schlenzig, Karl Rothammel, Klaus Streng und andere, die vielen Funkamateuren bekannt sind durch ihre Veröffentlichungen in der Reihe „Der praktische Funkamateur".

Unter vielen anderen Artikeln finden Sie in diesem Buch:

- Faseroptik - unentbehrlich für die Armee
- Interessantes aus der Halbleitertechnik
- Fortschritte im UHF-Fernsehen
- Lichtwellengeneratoren und „Todesstrahlen"
- TANDEL — ein neues elektronisches Bauelement
- Dioden und Transistoren in der Praxis des Funkamateurs
- Einseitenbandtechnik mit Transistoren
- Kybernetik — keine Geheimwissenschaft
- Einführung in die HF-Stereofonie nach dem Pilottonverfahren
- KW-Konverter für 80 und 40 m
- Kleinstation für den UKW-Amateur
- Was sind Nuvistoren?
- Inseln als Antennen
- Moderne UKW- und Fernsehantennen
- Vielseitige Modellfernsteuerung nach dem Proportionalsystem
- Funkfernschreiben im Amateurfunk
- Tabellenanhang

Deutscher Militärverlag

1.—15. Tausend
Deutscher Militärverlag · Berlin 1964
Lizenz-Nr. 5
Zeichnungen: Brigitta Westphal
Lektor: Wolfgang Stammler
Vorauskorrektor: Christa Ewert Korrektor: Gerda Böttcher
Hersteller: Günter Hennersdorf
Gesamtherstellung: Druckerei Völkerfreundschaft, Dresden III/9/1 17387
EVP: 1,90 DM



DEUTSCHER MILITÄRVERLAG